

+0.3 +0.2

+0.1

9000 £ 30

+0.1

За аквитоса!

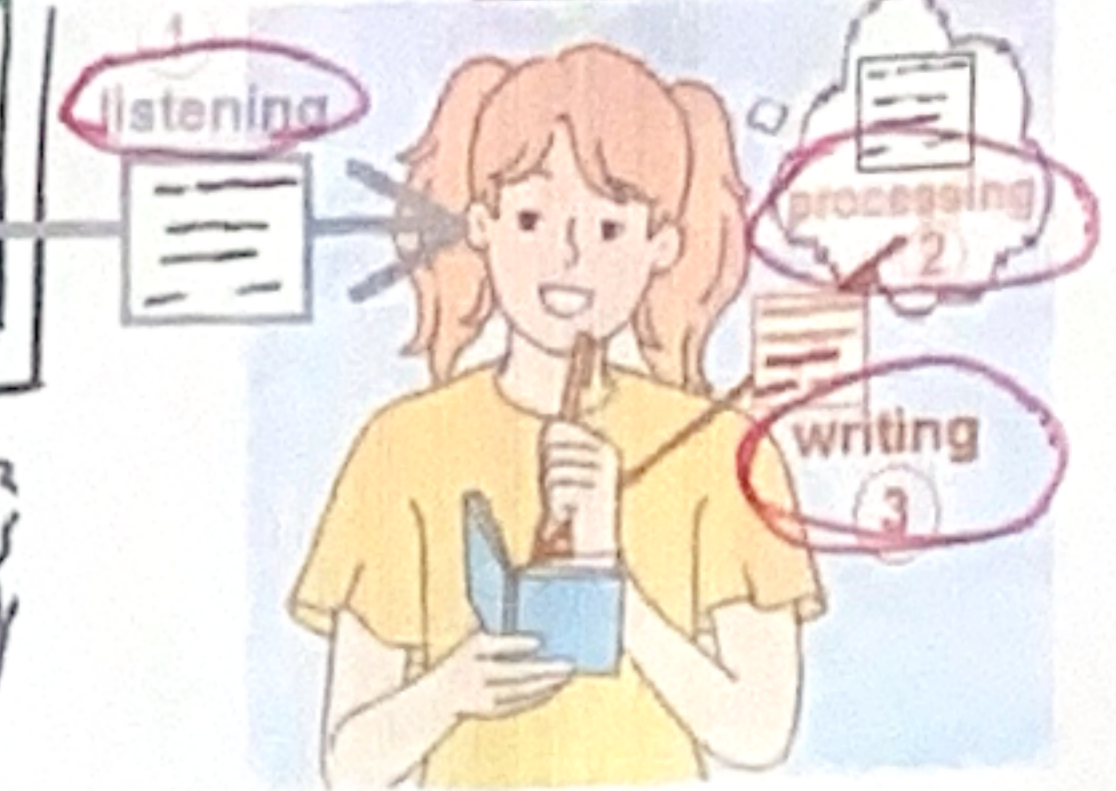
28.V



човек си мисли и
произведа първоначално обработена
информация, която ние



ink + think



1. listening
2. first way of processing
3. Writing, incl. sth. you're not quite sure about

School \downarrow gravity \downarrow MOTION ==formalism==> University $E=MC^2$ $\int \vec{J} \cdot d\vec{S}$

CONCRETE AND ABSTRACT THINKING

Интересът у нас
записва се и изпитва
всички страни
математически
японски

Нютон думал
о гравитации
конкретно, а
Айнщайн - абстрактно
формула



Why falling?
MOTION
Acceleration



ISAAC NEWTON

количество
вариантов, що
идат през
масини
судят през
своята сила

математика е
а етог, искаме
реално
своя с неота,
както $w=2uf$

$E=MC^2$
 $m = \frac{h\nu}{c}$
 $I = \frac{V}{R+r}$
 $(\vec{E} \times \vec{B})$
 $\int \vec{J} \cdot d\vec{S}$
 $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$

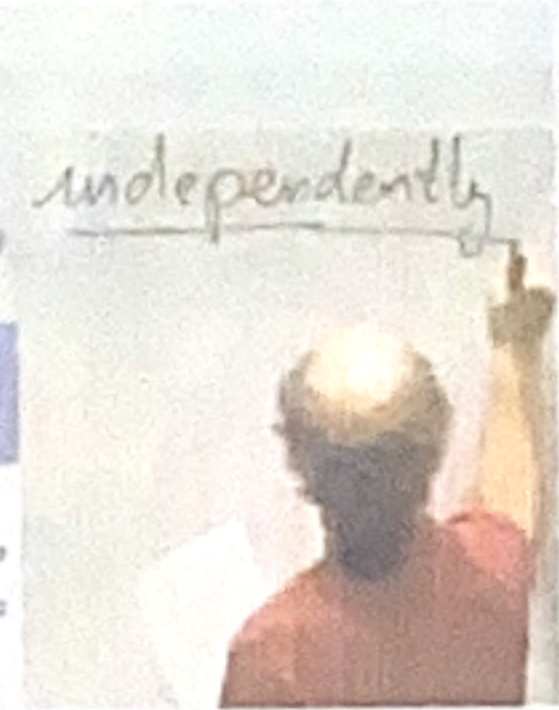


ALBERT EINSTEIN

Motivation: 80% chance of rain
Let A_j be the event of rain at Jam
on day j of this term, $1 \leq j \leq n$

Suppose the events A_j
each have probability p , independently

Oxford	Wed 1st	Thu 2nd	Fri 3rd
10° 9°	13° 10°	13° 8°	11° 7°
☁	☁	☁	☁
20%	20%	20%	20%



прогноза
погода

фин.
решени

Авто подготвя
текста в
свободния

математически
модели, где свързват
состояния забравя голяко от
текущето, а не от всички
матрици

Markoff Chain Probability Model

for Oxford Weather

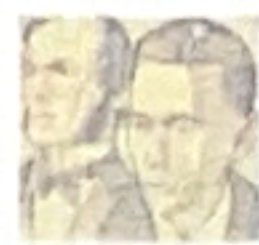


Ели слоник донесе:
забравя 20% ☁ 20% ☁
Ели слоник сонлив:
забравя 70% ☁ 30% ☁

показал, что булева алгебра — это
арифметика логики
систематизация
принципов математики
в уравнениях



Massachusetts Institute of Technology (MIT)



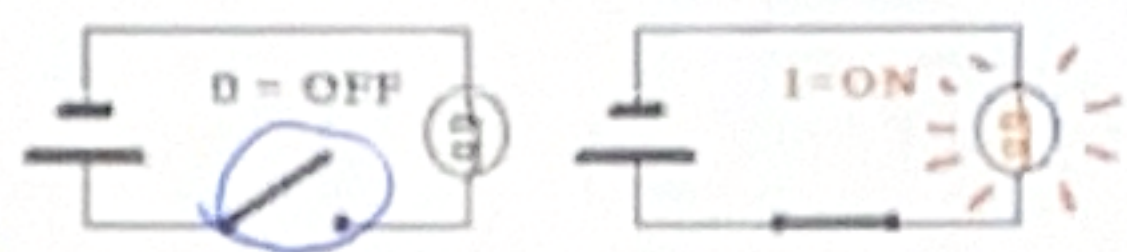
Lecture by Pr. Bob Gallager

Boole (1815-1864) & Shannon (1916-2001)



ток не течёт

ток течёт

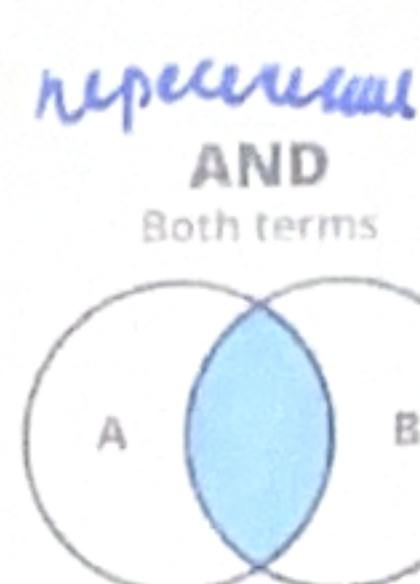
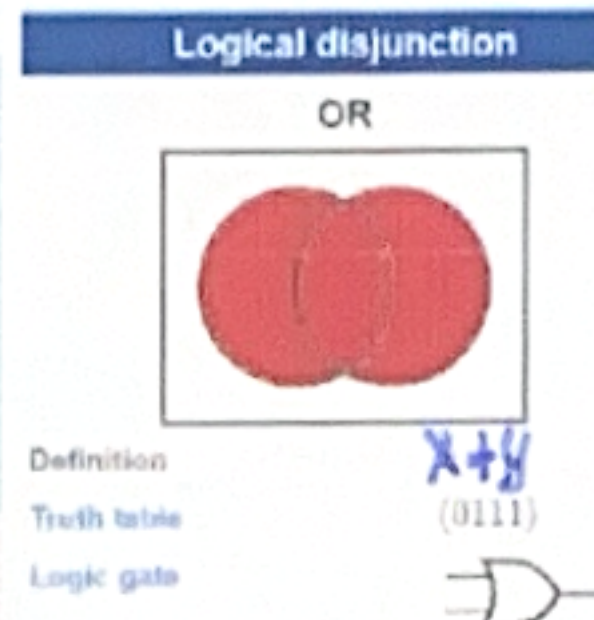


логика элементарных
(дизъюнкция)

Logical addition
(disjunction)

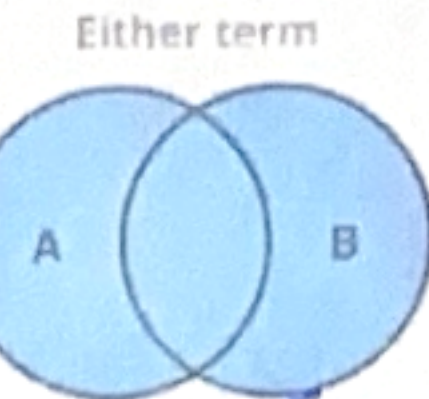
A	B	F=A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	A ∨ B
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

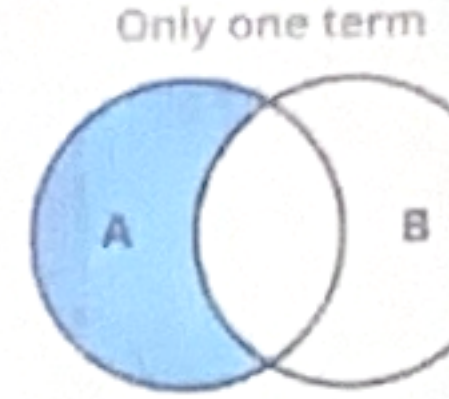


BOOLEAN LOGIC

AND Both terms

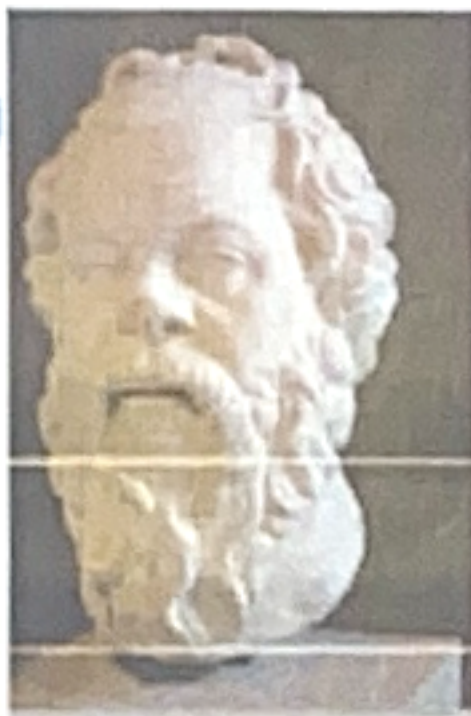


NOT Only one term



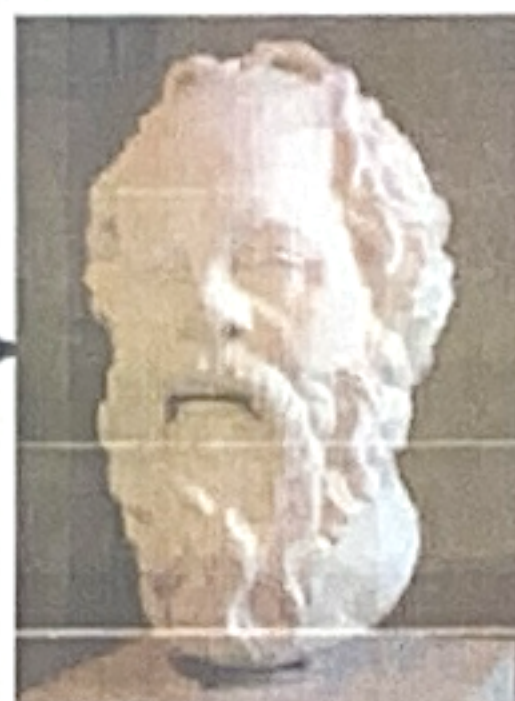
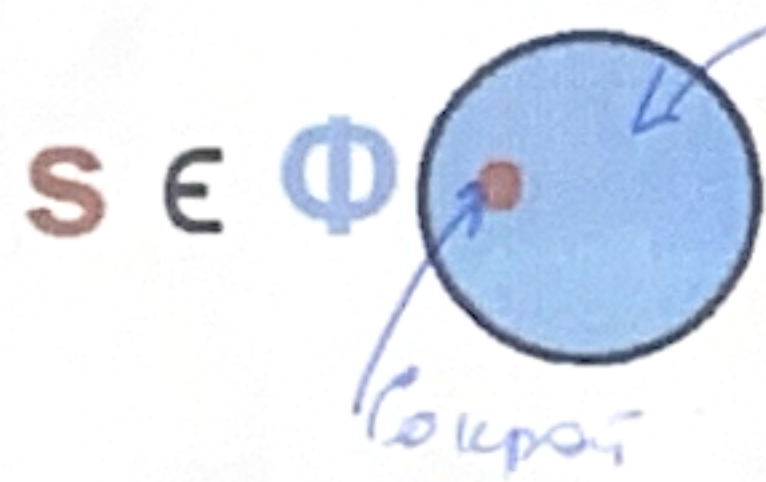
интересно
из 0 получается
из 1 получается 0

Good logic



Socrates

Socrates was a philosopher



Socrates



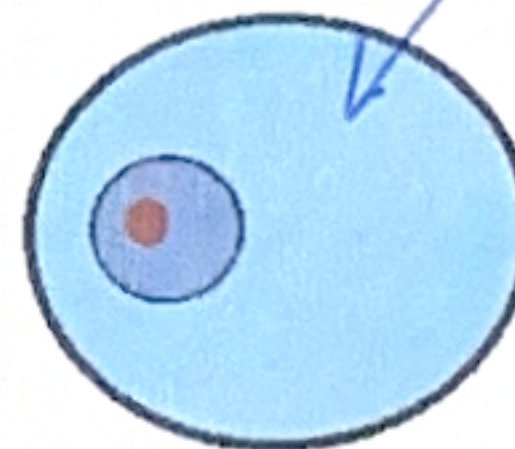
Plato



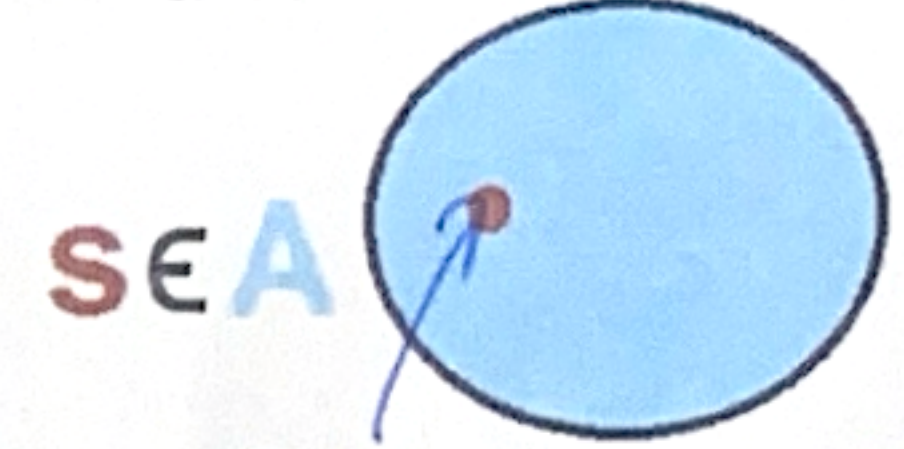
Aristotle

philosophers are men

$$\Phi \in A$$



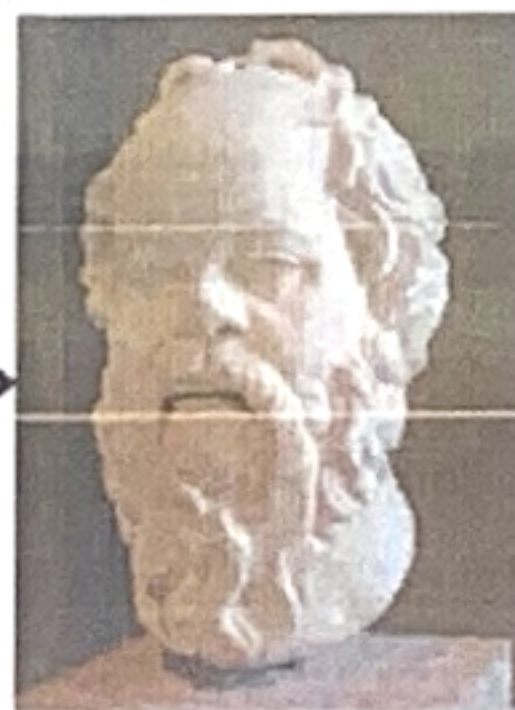
Socrates was a man



Bad logic



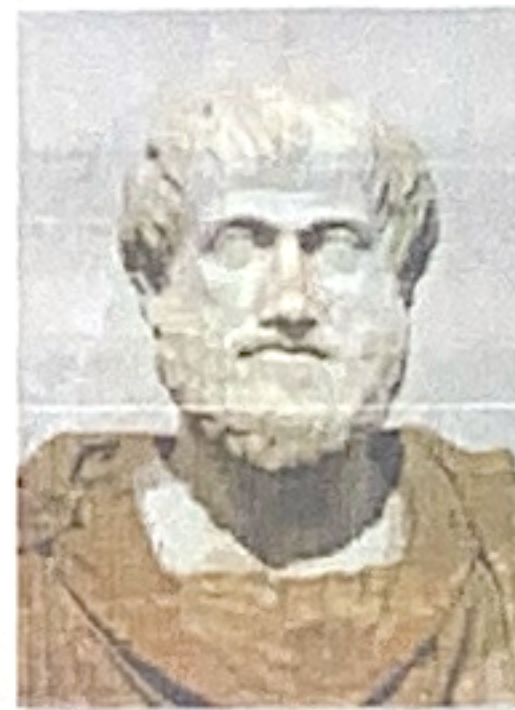
Socrates was a man



Socrates



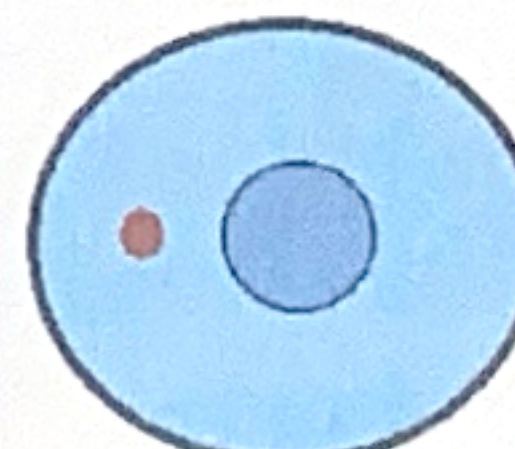
Plato



Aristotle

philosophers are men

$$\Phi \in A$$

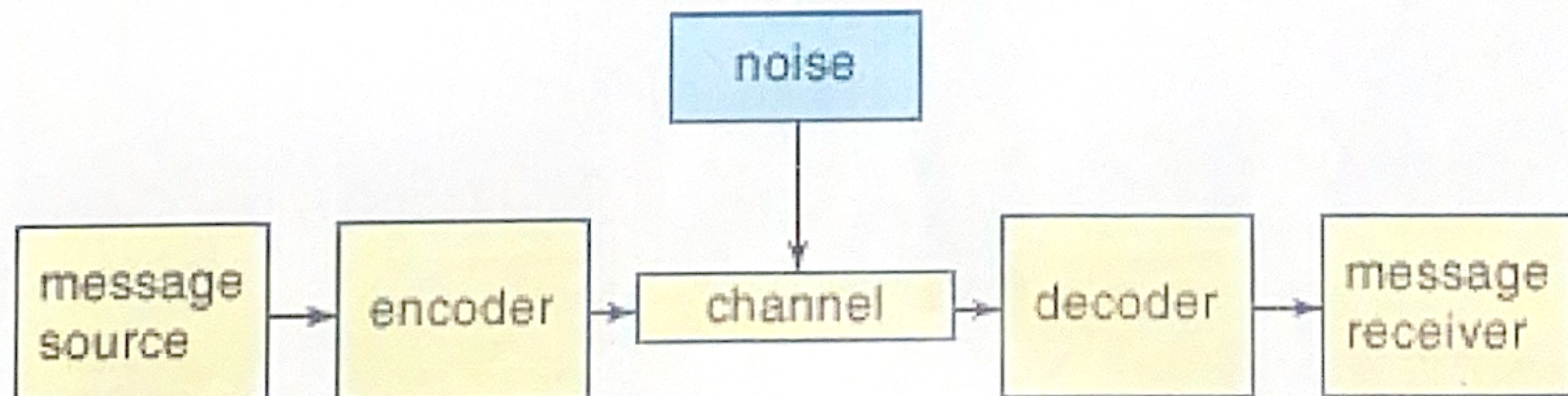


Socrates

Socrates was a philosopher



все философы — мужчины, но не все мужчины будут философами = некая логика



Resume of Lecture by Pr. Bob Gallager from MIT  Massachusetts Institute of Technology (MIT)

George Boole (1815-1864) developed Boolean logic

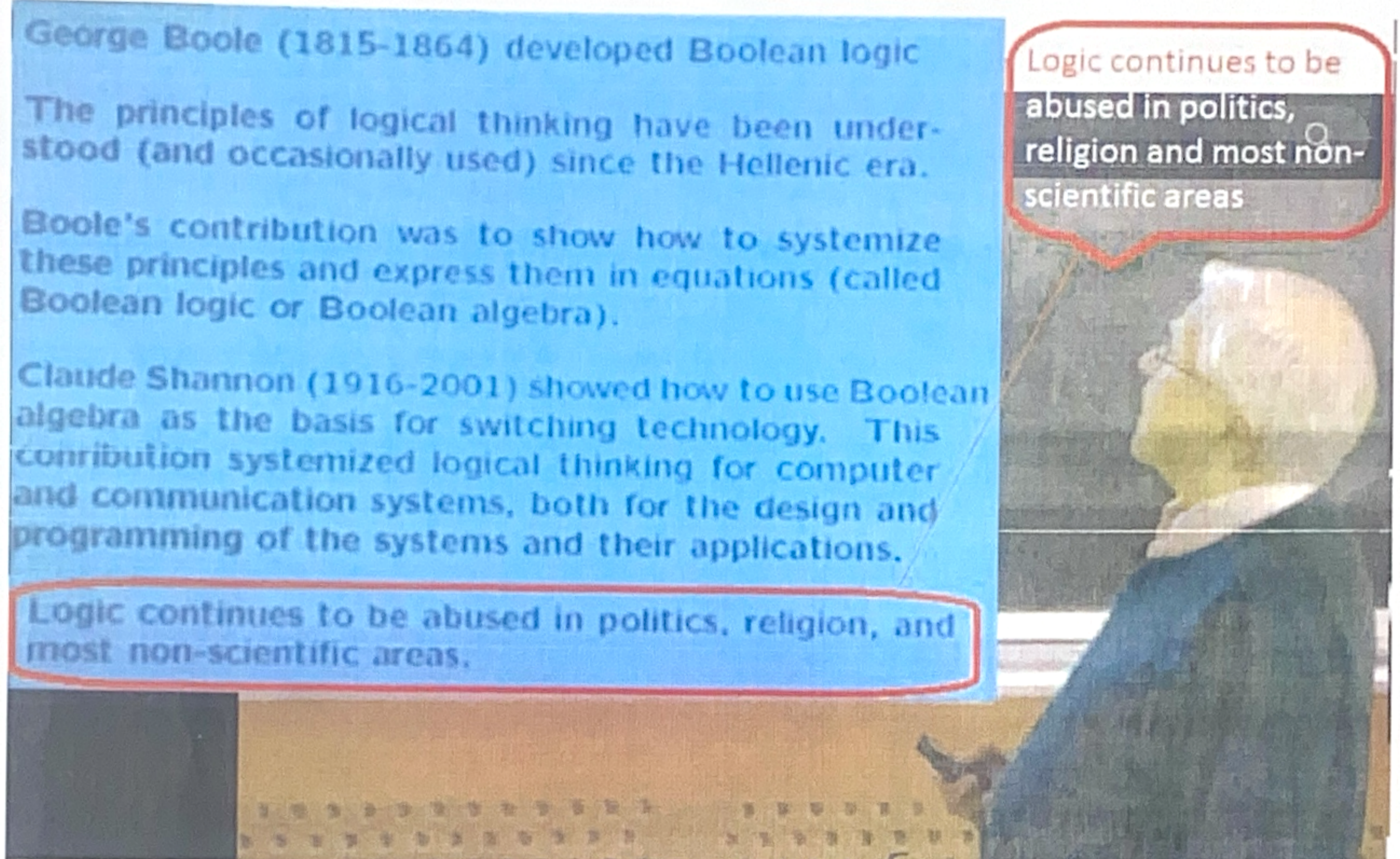
The principles of logical thinking have been understood (and occasionally used) since the Hellenic era.

Boole's contribution was to show how to systemize these principles and express them in equations (called Boolean logic or Boolean algebra).

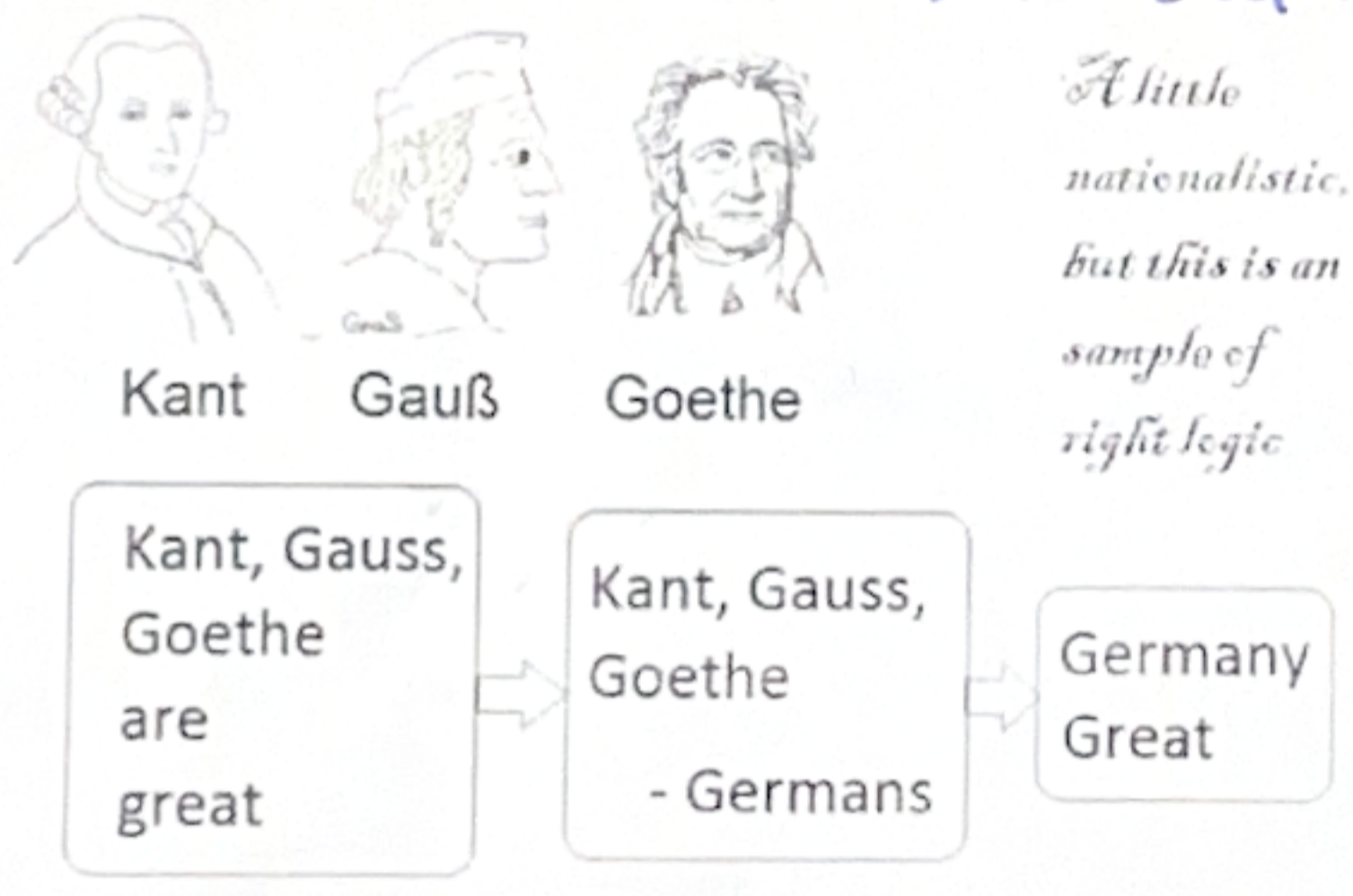
Claude Shannon (1916-2001) showed how to use Boolean algebra as the basis for switching technology. This contribution systemized logical thinking for computer and communication systems, both for the design and programming of the systems and their applications.

Logic continues to be abused in politics, religion, and most non-scientific areas.

Logic continues to be abused in politics, religion and most non-scientific areas

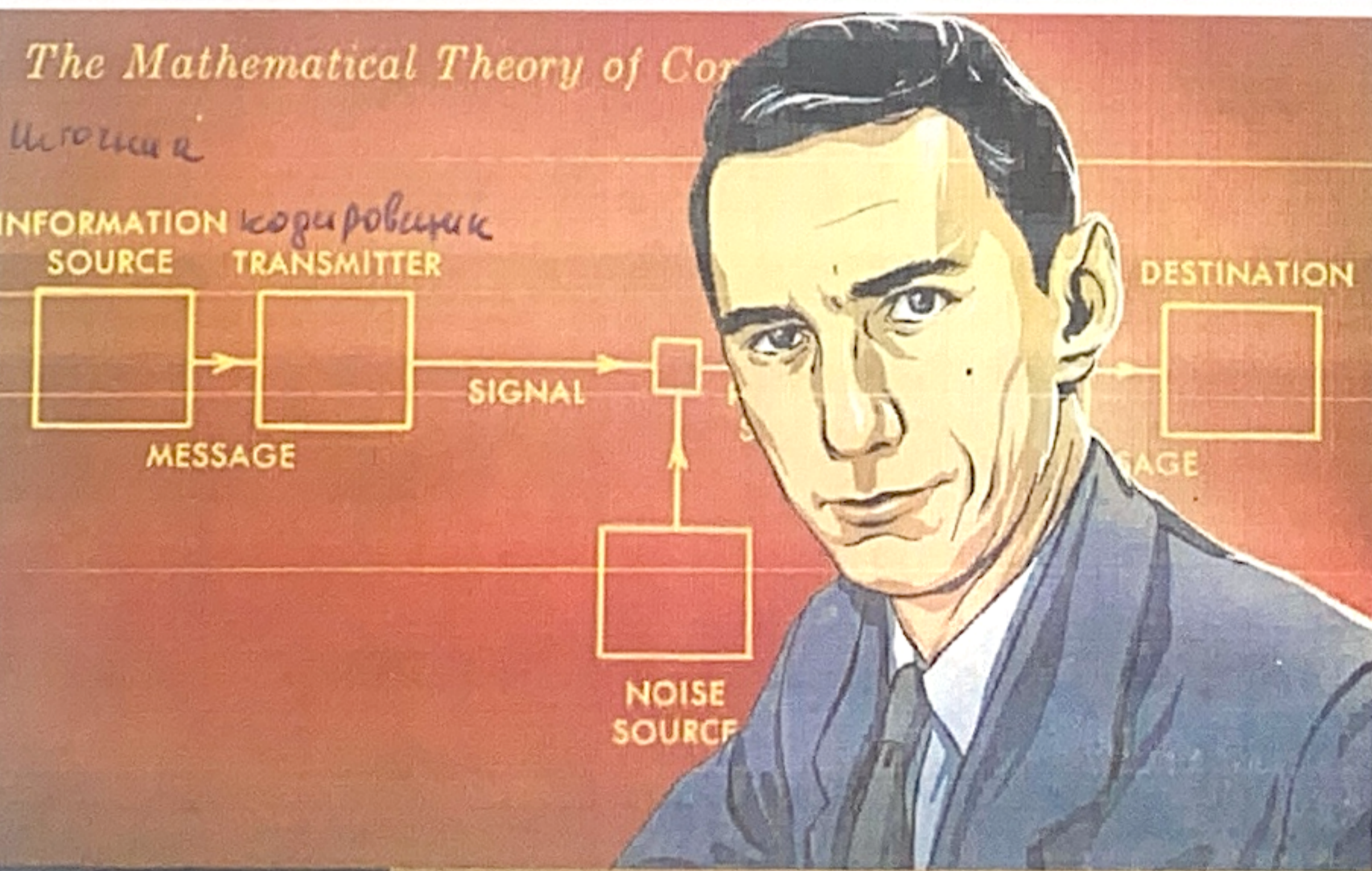


национализм и абсурдизм



Bad logic (abuse of logic)

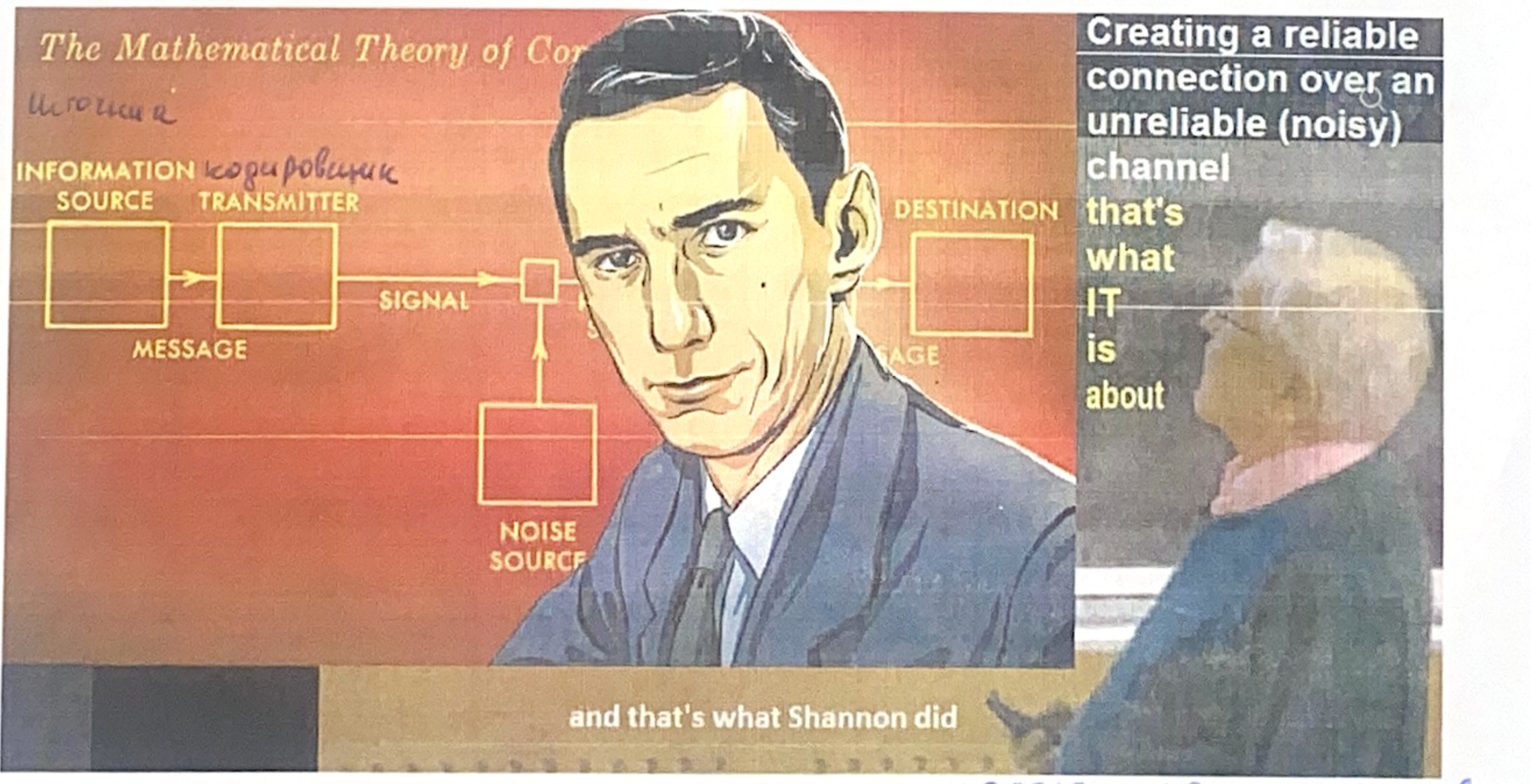
Из-за того, что несколько великих людей были немцами не следует, что все немцы великие,



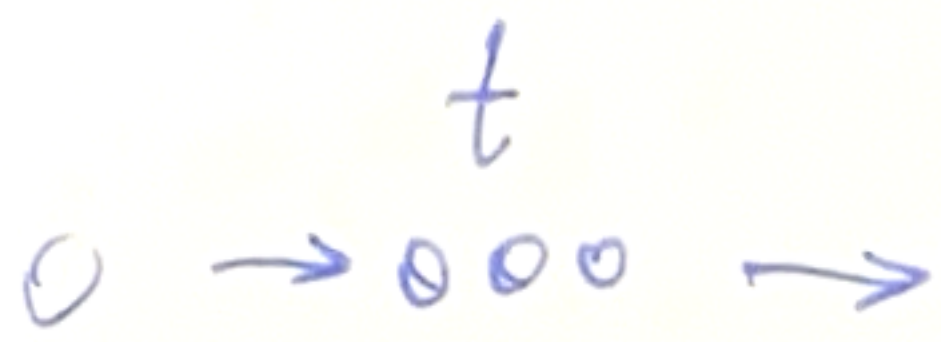
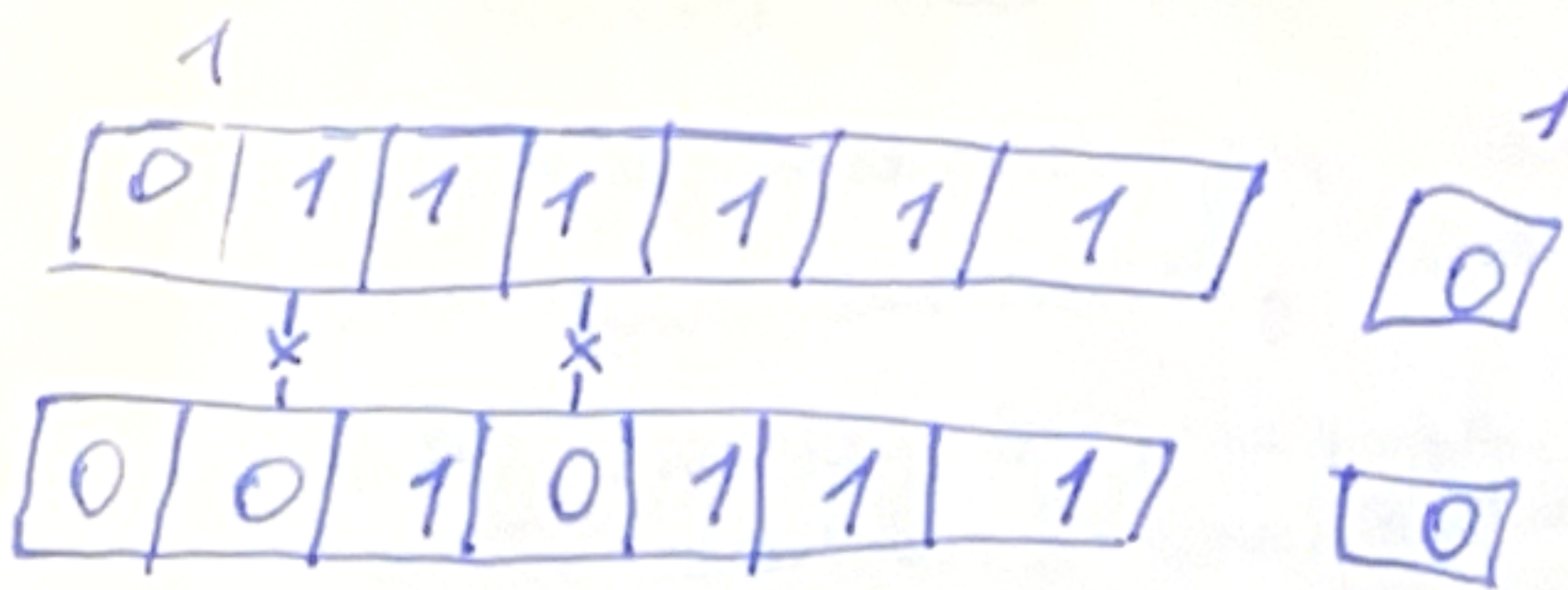
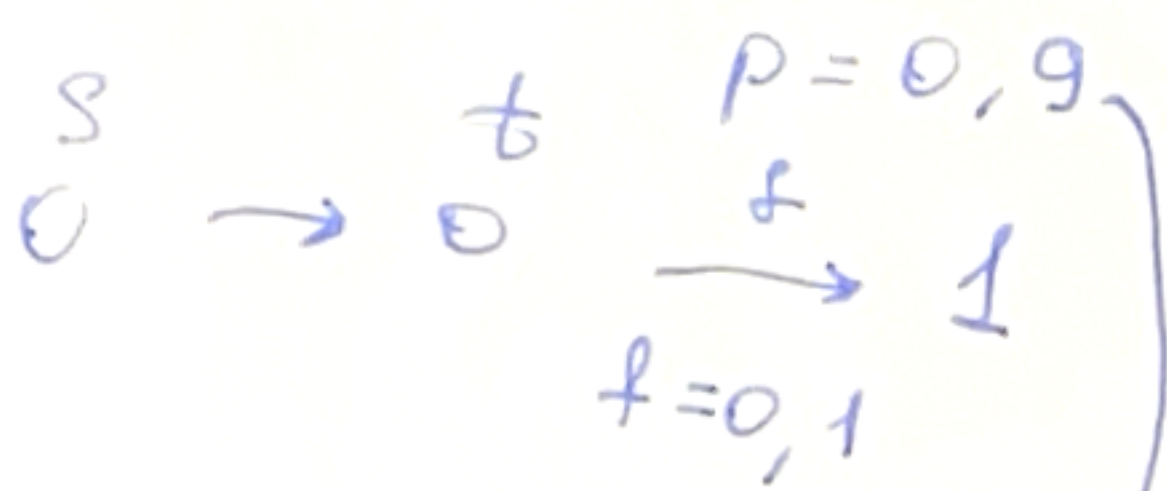
Creating a reliable connection over an unreliable (noisy) channel that's what IT is about

and that's what Shannon did

показал как использовать булеву алгебру как основу переменной длины кодирования. Решением были для компьютеров и коммуникационных систем.



1 000 000 bit

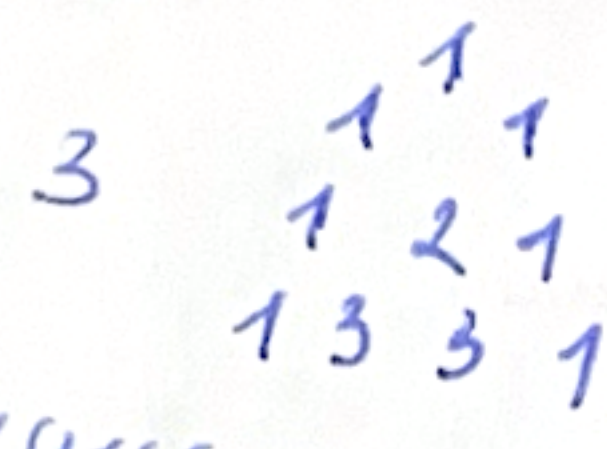


- 1 1 1 $\rightarrow 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$
 - 1 1 0 $\rightarrow 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,009$
 - 1 0 1 $\rightarrow 0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,009$
 - 0 1 1 $\rightarrow 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,009$
-
- 0,028

0,972

- 000 - $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729$
- 001 - $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,081$
- 010 - $0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,081$
- 011 - $0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,009$
- 100 - $0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,081$
- 101 - $0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,009$
- 110 - $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,009$
- 111 - $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$

$3 \cdot (0,9)^2 \cdot 0,1$

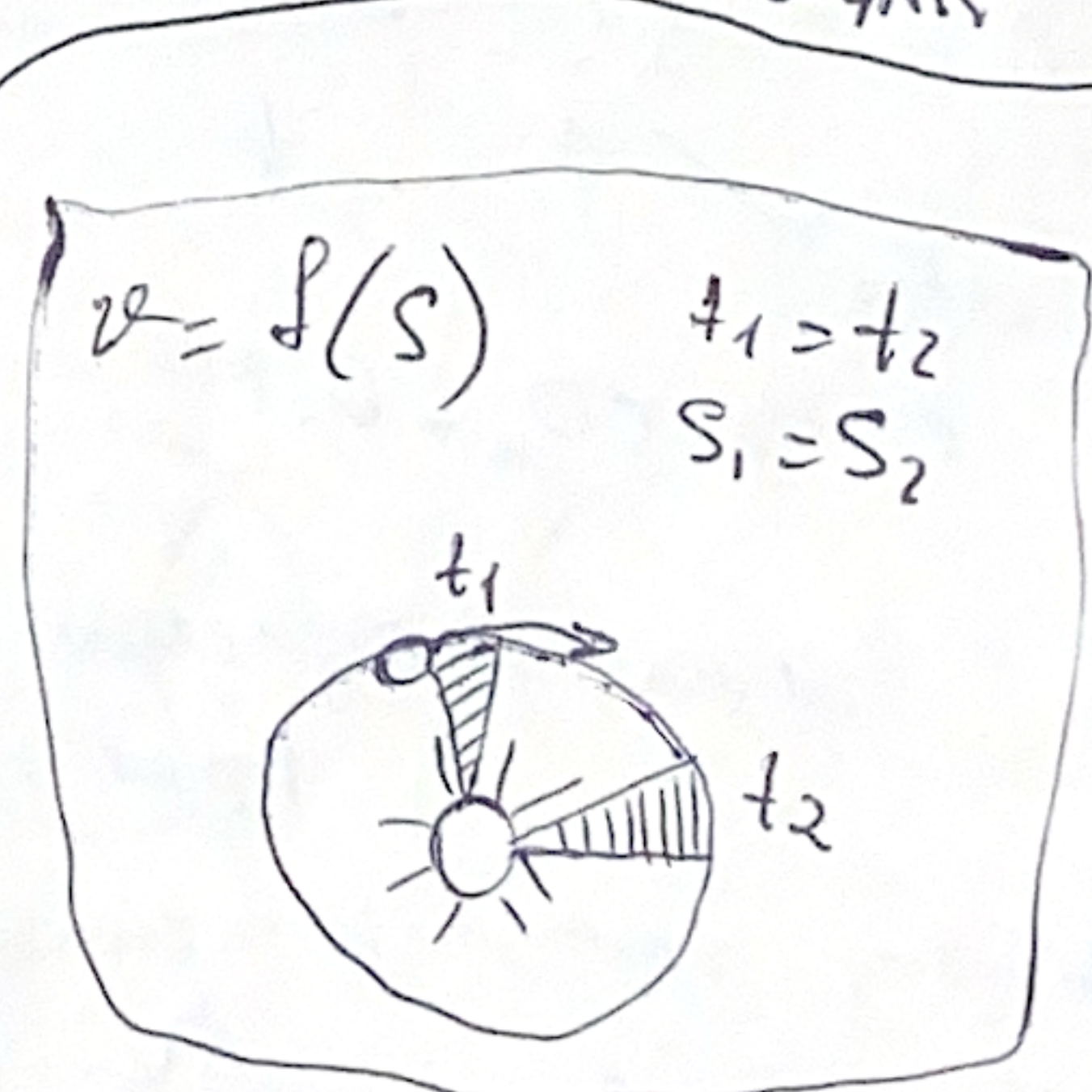
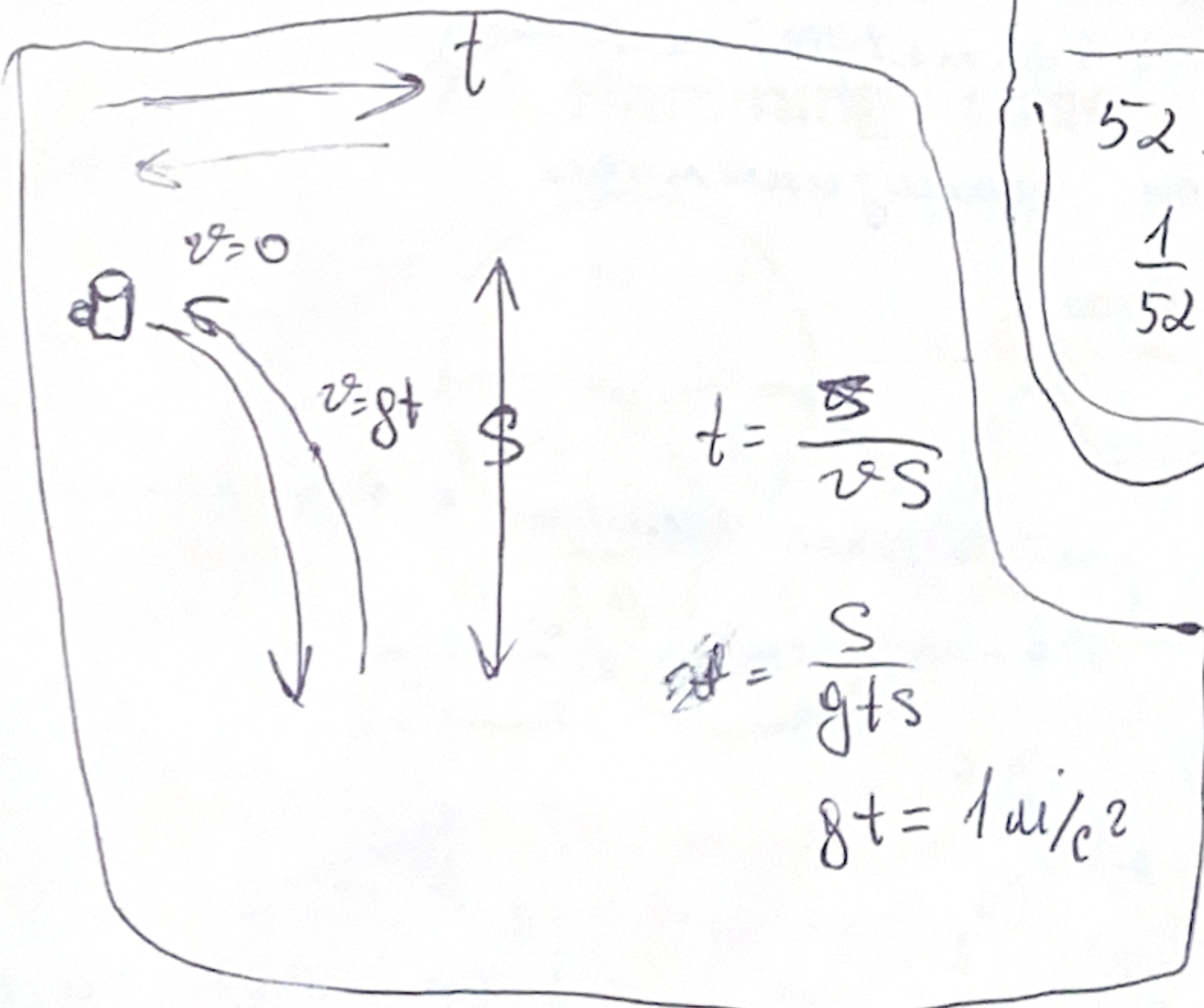


Биномиальный коэффициент

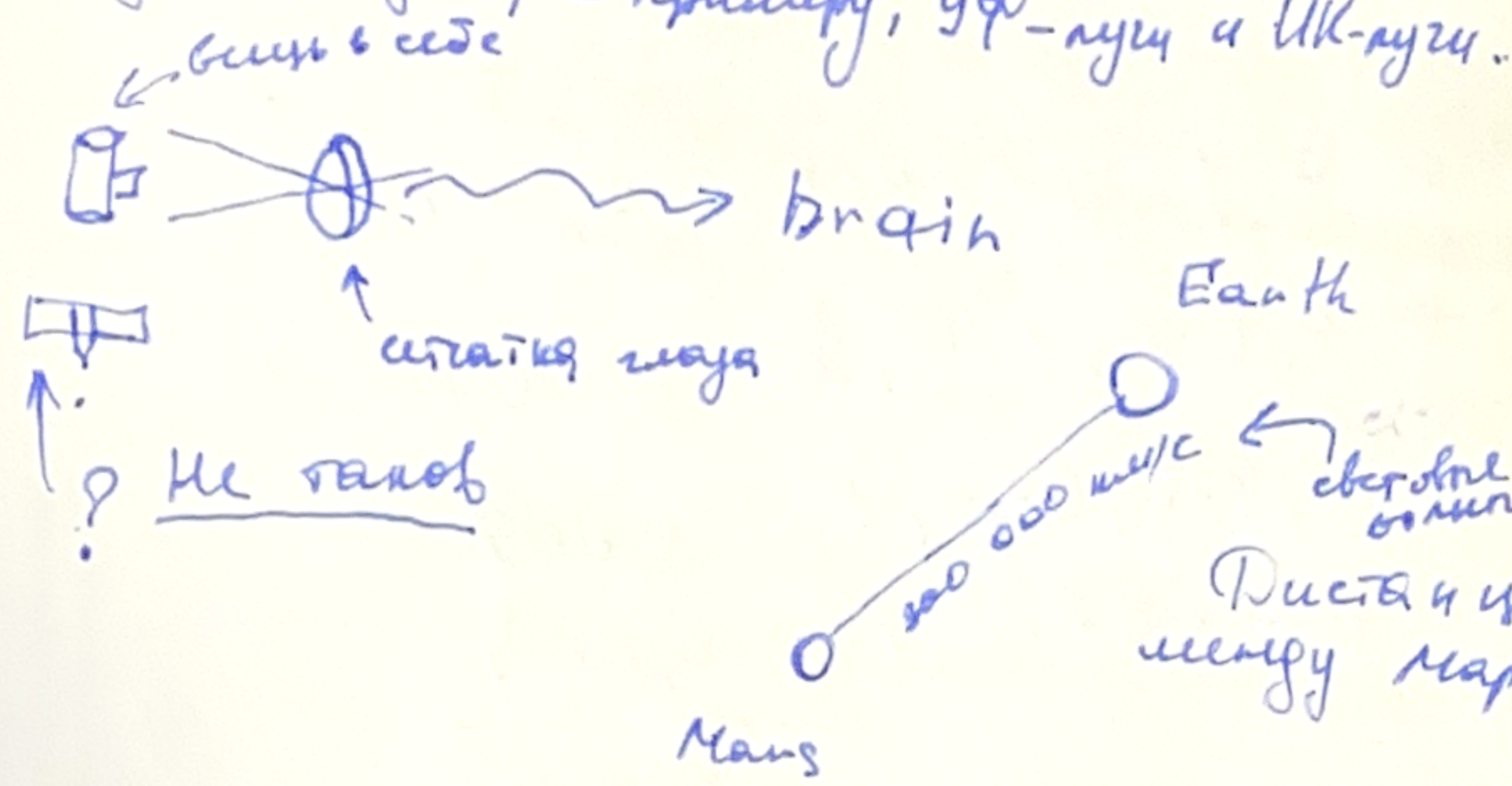
$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

52 карты колоды
Сколько раз надо перетасовать колоду, чтобы снова встали на место все карты

52!
 $\frac{1}{52!}$



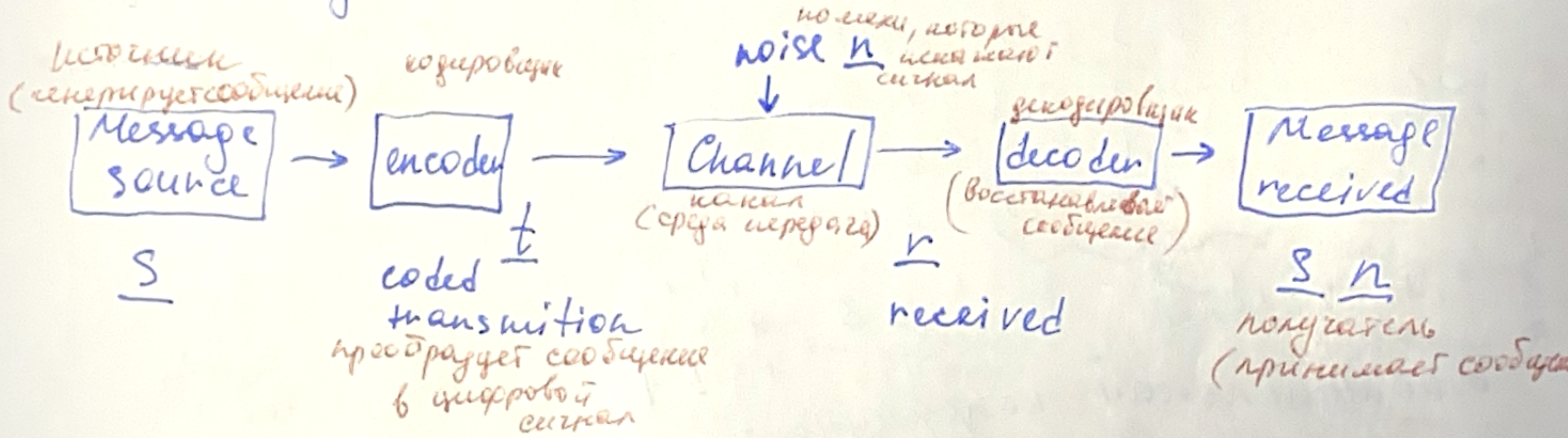
Мир не такой как мы его видим,
 т.к. сенсорная сист. недостаточно развита
 и мозг не получает достаточно инф-ции.
 Вещь в себе - предмет в мире за пределами "нашего мира"
 Глаз не видит, к примеру, УФ-лучи и ИК-лучи.



То, что за пределами
 Шеннон и то, что за пределами
 Создание канальной системы
 (сигналы) в канале
 неканальной среде
 Voice $\xrightarrow{\text{air}}$ ear 1. Voice channel
 ↑
 noise
 Eye $\xrightarrow{\text{nervous system}}$ brain 2. Brain channel

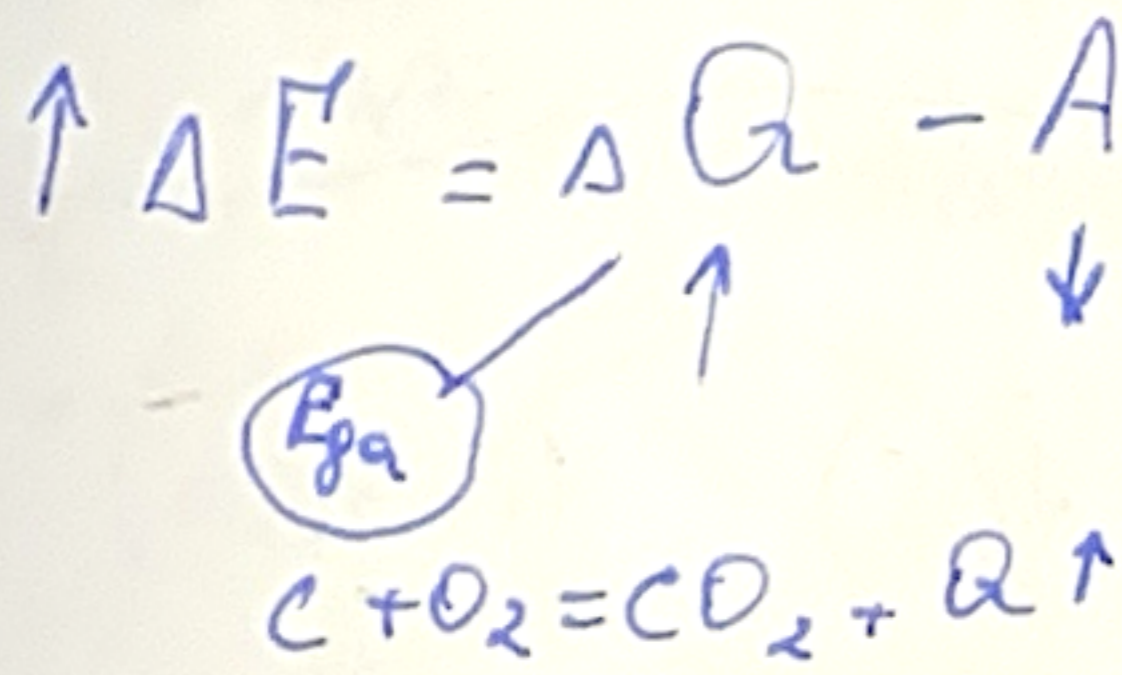
полученный сигнал = отправленный сигнал + шум (шум)

Received signal = Transmitted signal + noise



Solutions { Physical solutions
 System solutions

Энергия = Тепло - Работа
 (в замкнутой системе)



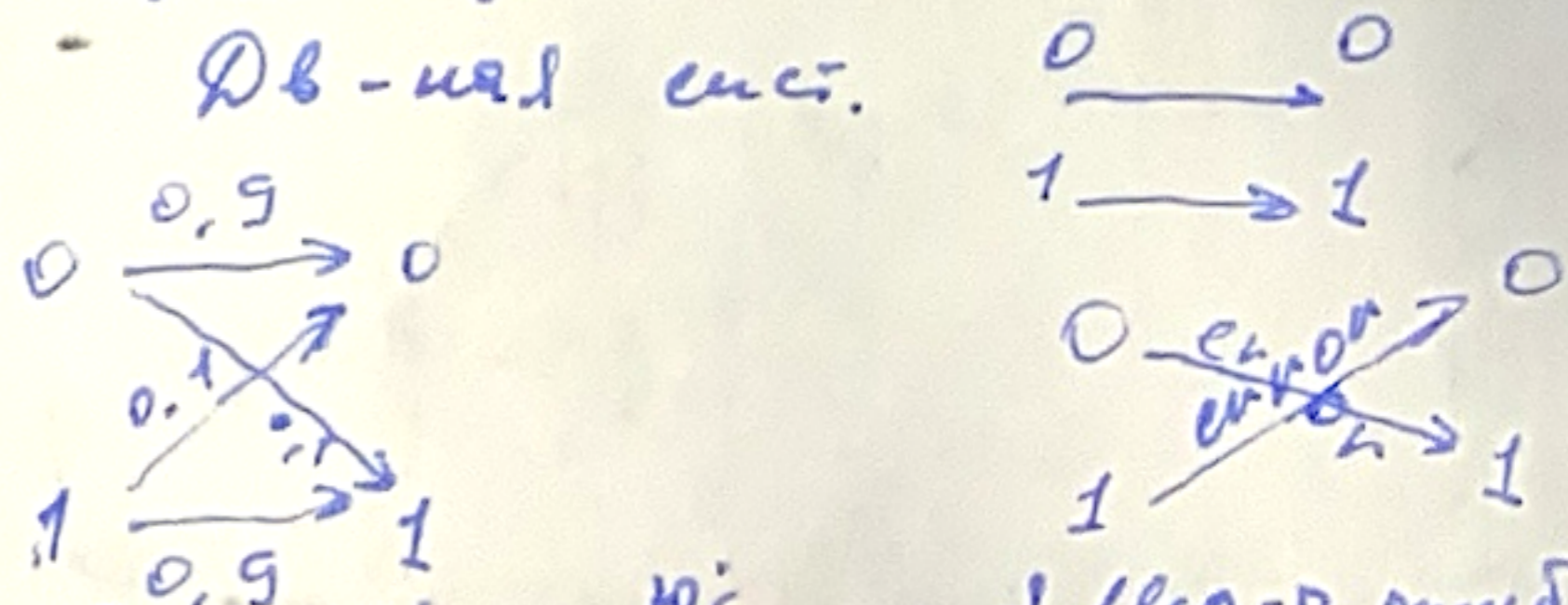
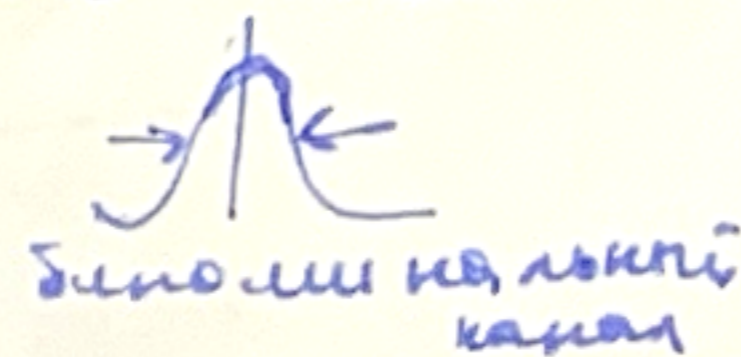
I закон термодинамики

Время - функция энтропии

возраст энтропии даёт возраст времени в 1-м направлении.

Binary symmetric channel:

10 000 bit файл
 0,1%
 $L = 1000$



1000 0,1%
 30 Дискрет

$\sigma^2 = N \cdot p \cdot q$
 $\sigma^2 = 10000 \cdot 0,9 \cdot 0,1$
 $\sigma = 30$

10%
 20%

↓ (вер-ть ошибок) = 0,1
 тогда ↑ (в-ть правых) = 0,9
 $\leq 1 - f = 0,9$

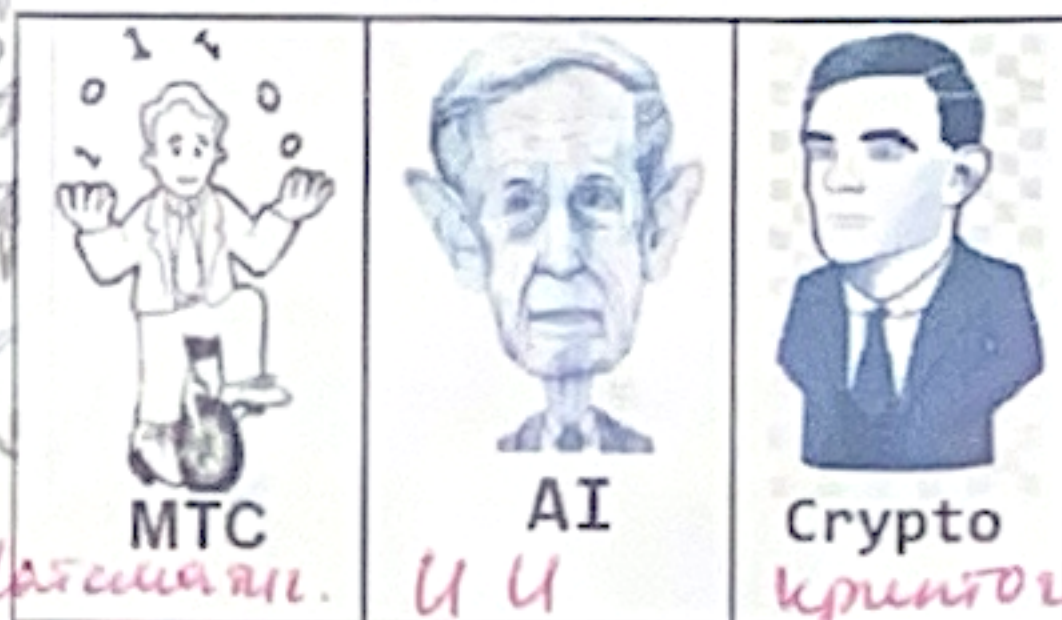
-10,1 100.0000t

Британский ученый, работал в трех областях:

Do tip if I make error



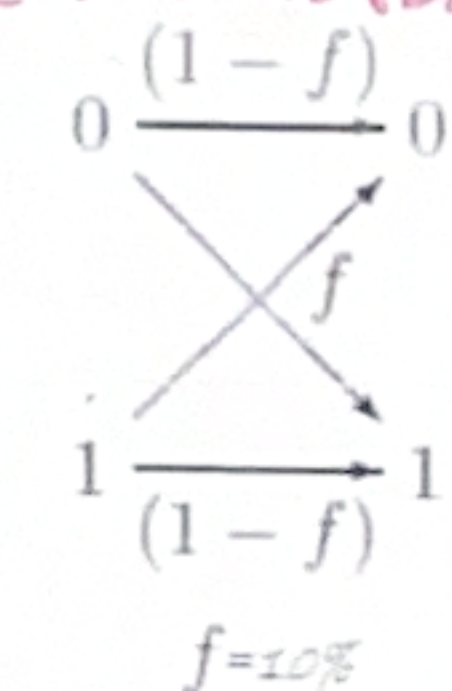
Sir Dr. D. MacKay,
University of Cambridge
(22 April 1967 – 14 April 2016)



Математика, ИИ, криптография

"I believe in clean energy, but I also believe in mathematics"

Устойчивость и битовая ошибка



Binary symmetric channel



Transmitted data unit

Если при передаче один бит перевернулся - ошибка



Transmitted data unit

Обнаруживается только четное число ошибок

S ENCODER t CHANNEL f=10% r DECODER S



Source sequence s	Transmitted sequence t
0	000
1	111

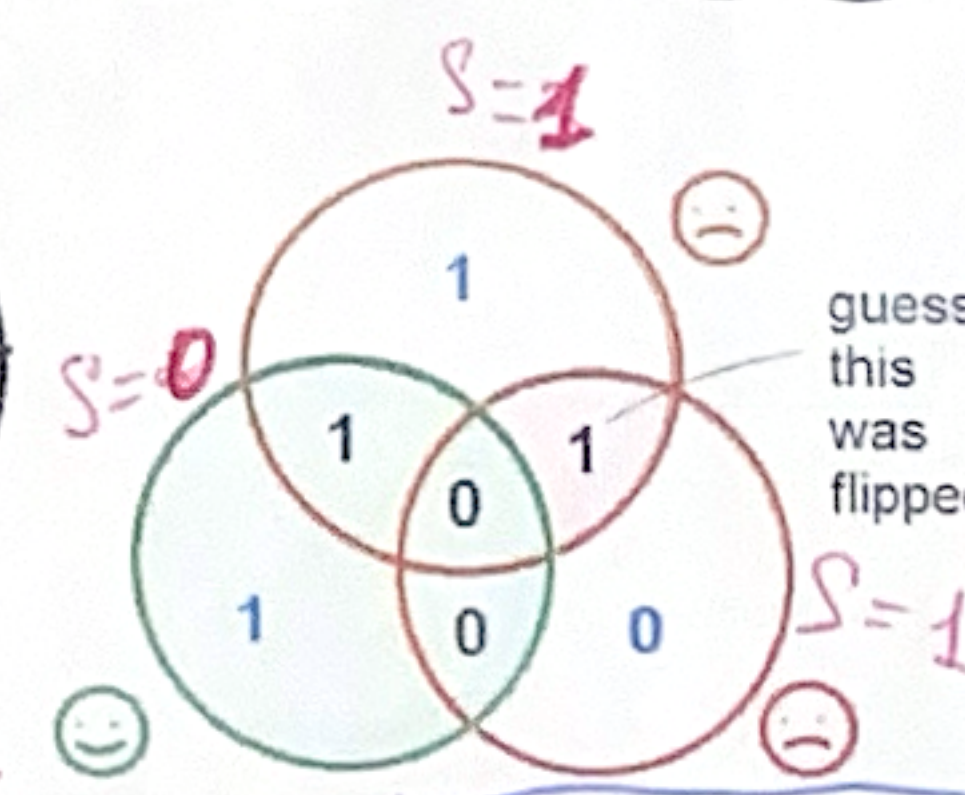
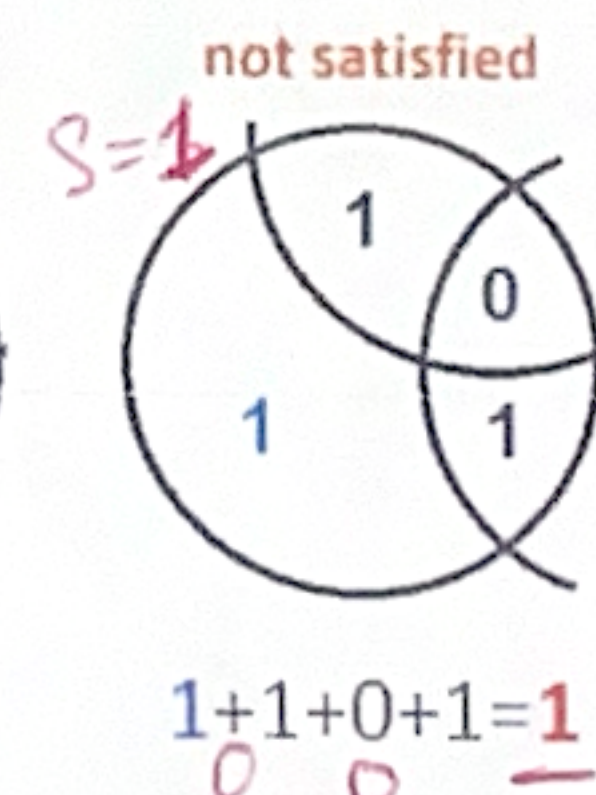
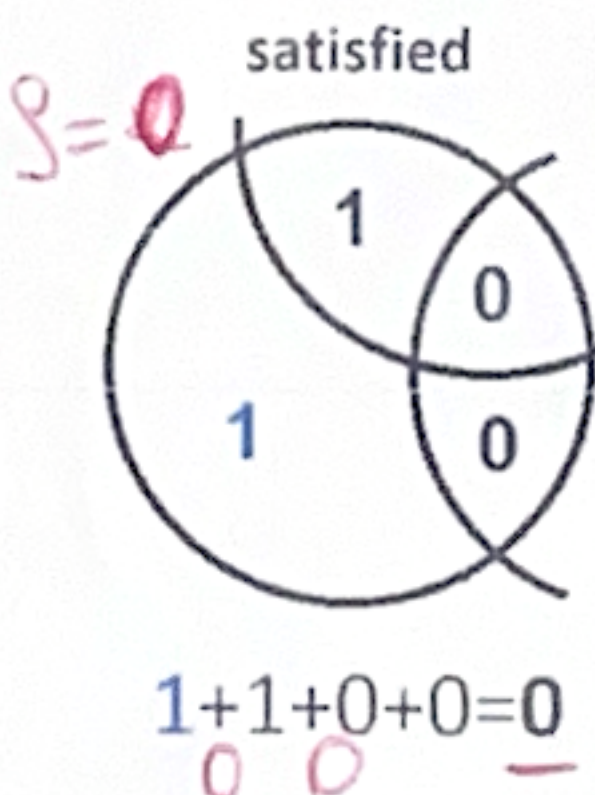
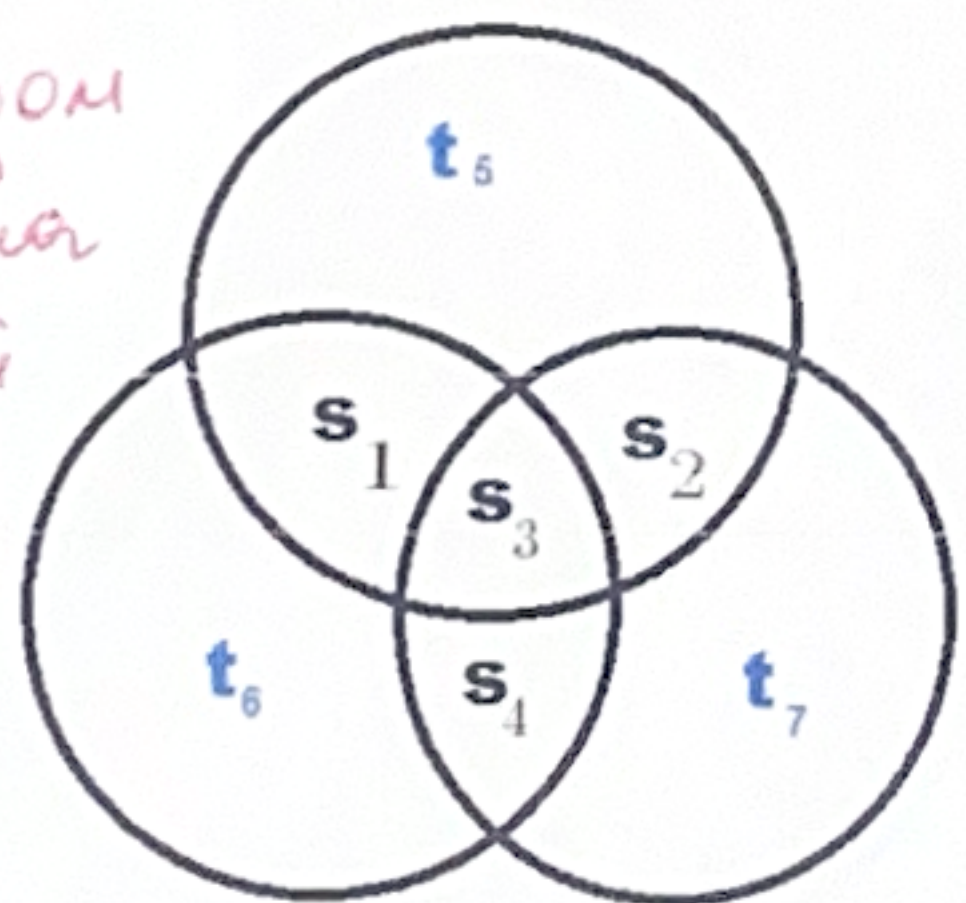
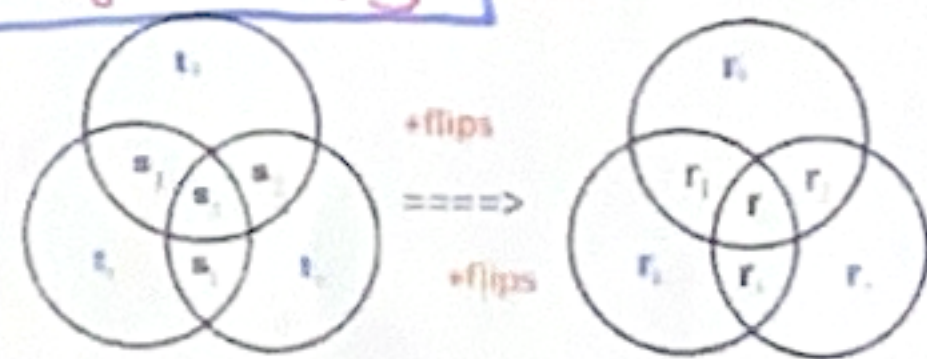
The repetition code R₃

source message s	0	0	1	0	1	1	0
переданное	000	000	111	000	111	111	000
исход	000	001	000	000	101	000	000
r	000	001	111	000	010	111	000

исход: передавать каждый бит трижды. Верное значение то, что встречается чаще.

7.4. Hamming code.

$$\frac{4}{\Sigma} \rightarrow \frac{7}{t}$$



4 информационных бита, всего 7.

3 тестовых (позволяет исправить одну ошибку)

скорость кода = 4/7 ≈ 0,57

Сумма

бит в каждом круге должна быть четной (равна 0 но можно 2)

guess this was flipped



Say NO to the first



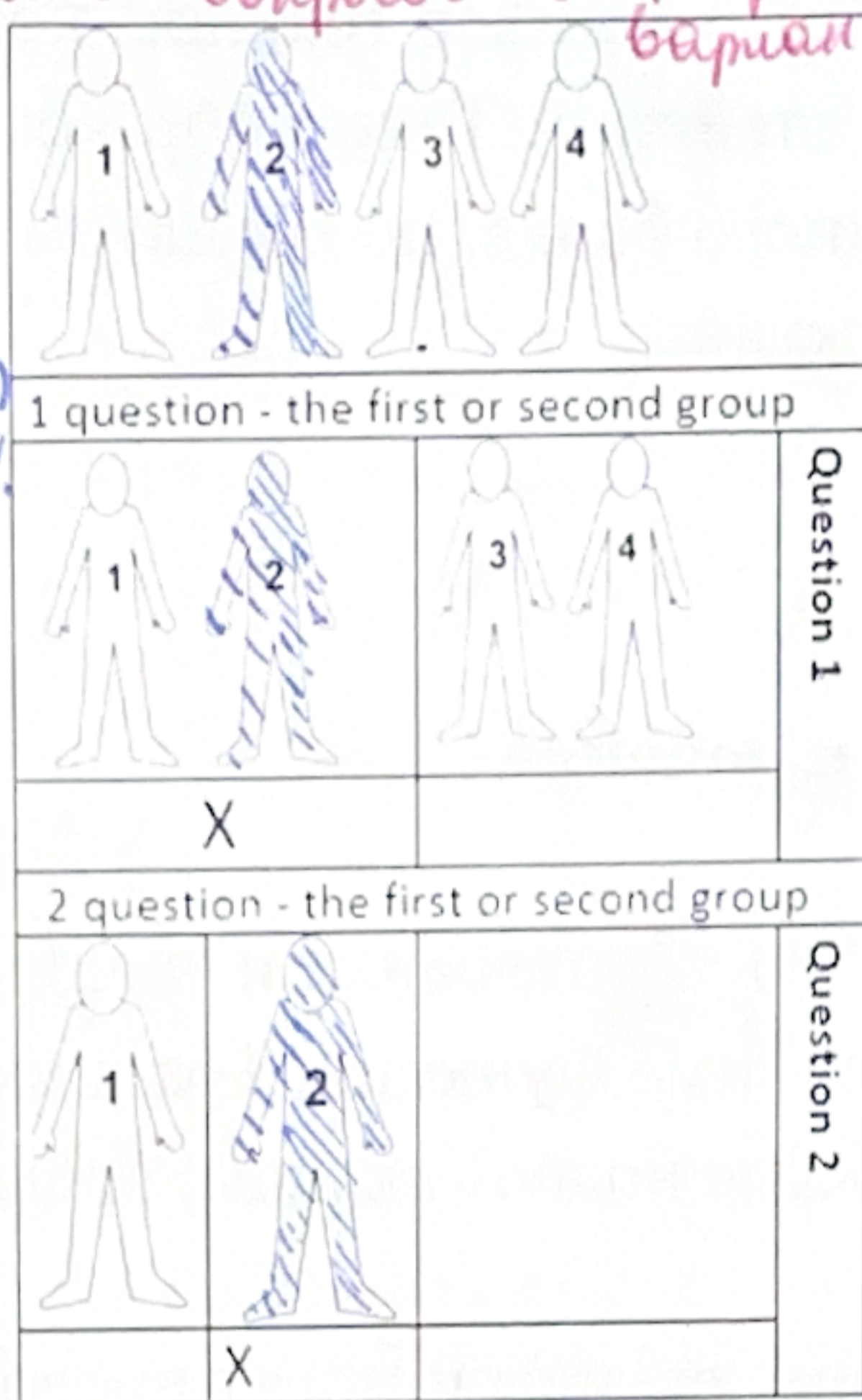
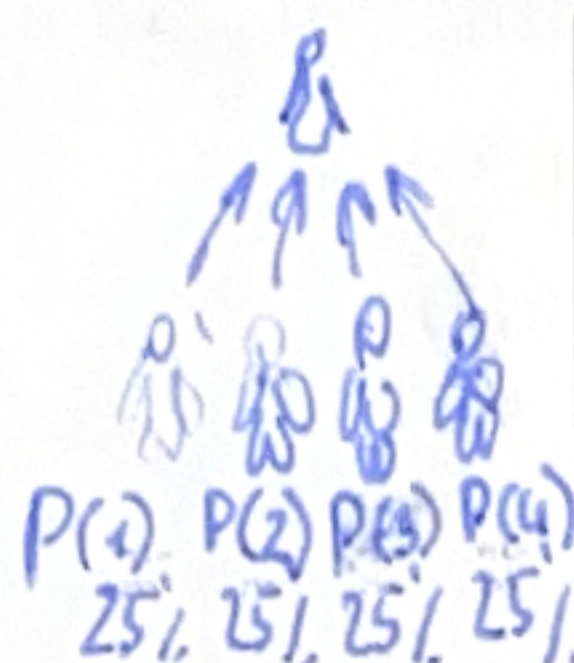
Say YES to the second if it is better than the first



Say NO to the third only if it is worse than all the others

(каждый раз лучше, чем первый)
Бинарный поиск
Целево вопросов = 2 при равновесии вариантов

Неравновероятный случай



Average number of questions =

$1 \cdot 0.5 +$	$2 \cdot 0.25 +$	$3 \cdot 0.125 +$	$3 \cdot 0.125$

Чем больше вероятность, тем меньше вопросов

и более нужно для кодирования

Question 1. Is this Zuckerberg?	50%	$1 \cdot 0.5$
Question 2. Is this Sergey Brin?	25%	$2 \cdot 0.25$
Question 3. Is this Stefan from BMW?	12,5%	$3 \cdot 0.125$
So Prince Saud	12,5%	$3 \cdot 0.125$

Average number of questions = 1,75

Average number of questions =

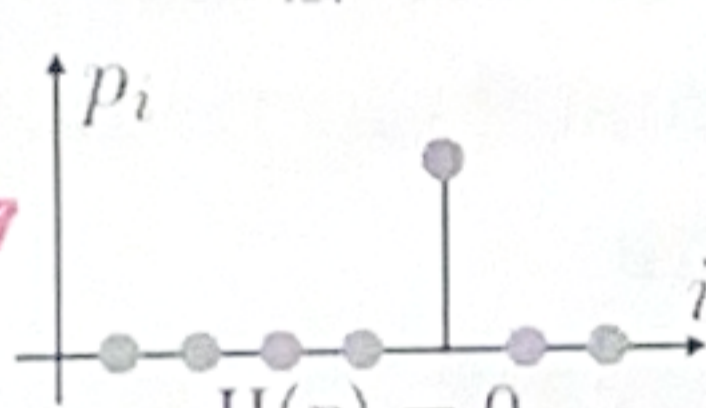
$$2 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25 = 2$$

Среднее кол-во и кодирования

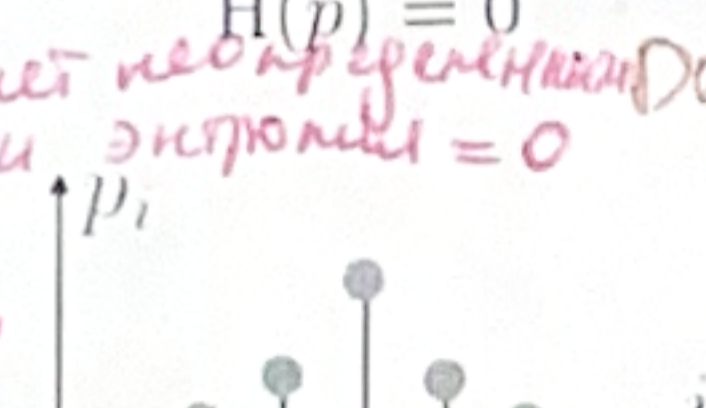
Энтропия Шеннона

$$H(X) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)}$$

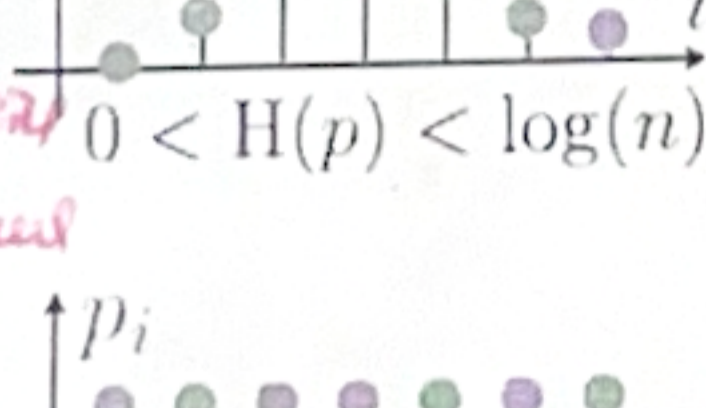
$$\sum_{i=1}^n p(i) \log_2 \frac{1}{p(i)}$$



одно событие с вер-тью 1, все остальные 0 => нет неопределенности и энтропия = 0



разные вероятности и средняя энтропия



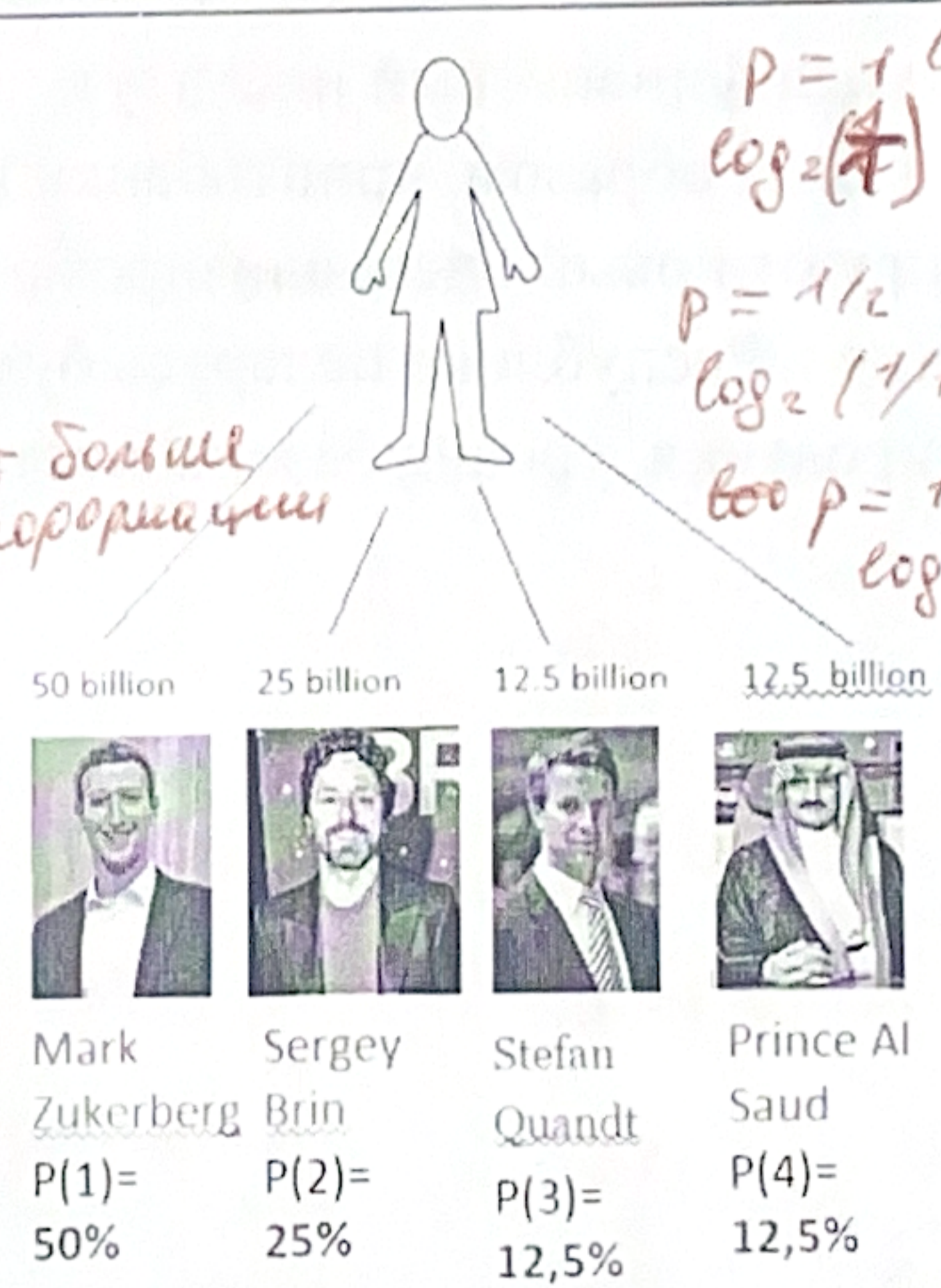
все события равно вероятны и макс. энтропия

Quantifying information

$$I(x_i) = \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right)$$

number of bits required to encode choice

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) I(x_i)$$



$p = 1$ (событие только произойдет)
 $\log_2(1) = 0$ бит - никакой информации

$p = 1/2$
 $\log_2(1/1/2) = \log_2(2) = 1$ бит

все $p = 1/4$
 $\log_2(4) = 2$ бита

$p = 1/8$
 $\log_2(8) = 3$ бита

Дерево Хорфмана

3 мастера

\$1000

\$1500

\$2000

$$\frac{4500}{3} = 1500$$

Взяли еще 1-го человека.

1000

1500

1000

1000

$$\frac{2 \cdot 1000 + 1 \cdot 1500 + 1 \cdot 2000}{2 + 1 + 1} = \frac{5500}{4} = 1375$$

Теперь такая ситуация!

2 x 1000

3 x 1500

1 x 2000

$$\frac{2 \cdot 1000 + 3 \cdot 1500 + 1 \cdot 2000}{6}$$

6

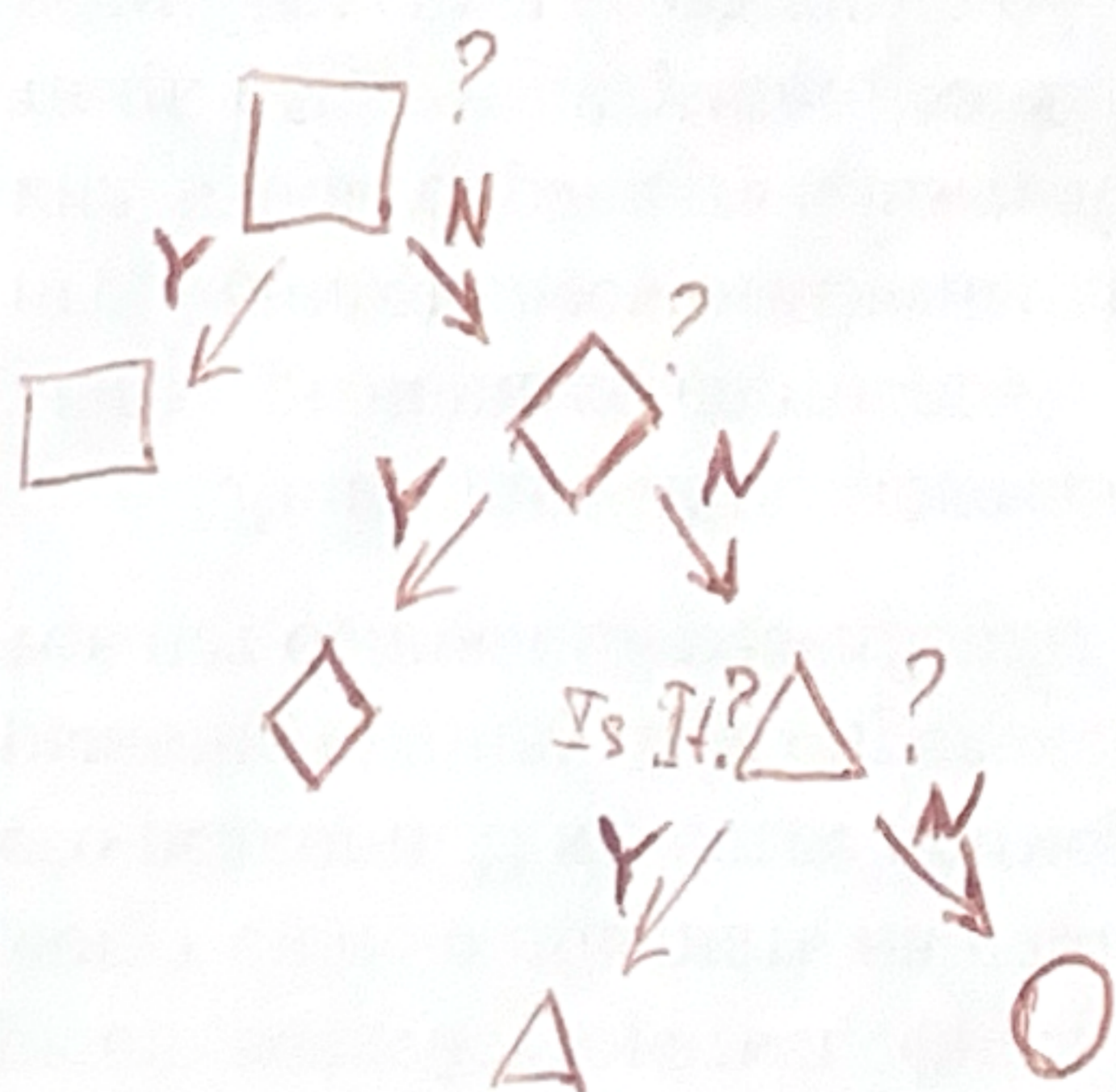
Пересчитали на зарплату,
а вероятность

6 · 1000

3 · 1500

1 · 2000

$$\frac{6 \cdot 1000 + 3 \cdot 1500 + 1 \cdot 2000}{10} = \frac{6}{10} \cdot 1000 + \frac{3}{10} \cdot 1500 + \frac{1}{10} \cdot 2000$$



$$\frac{6}{10} ; \frac{3}{10} ; \frac{1}{10}$$

50% □

$$f(0,5) = 1 \quad b(2) \Rightarrow 1$$

25% ◇

$$f(0,25) = 2 \quad b(4) \Rightarrow 2$$

12,5% △

$$f(0,125) = 3 \quad b(8) \Rightarrow 3$$

12,5% ○

$$f(0,125) = 3 \quad b(8) \Rightarrow 3$$

$$1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,125$$

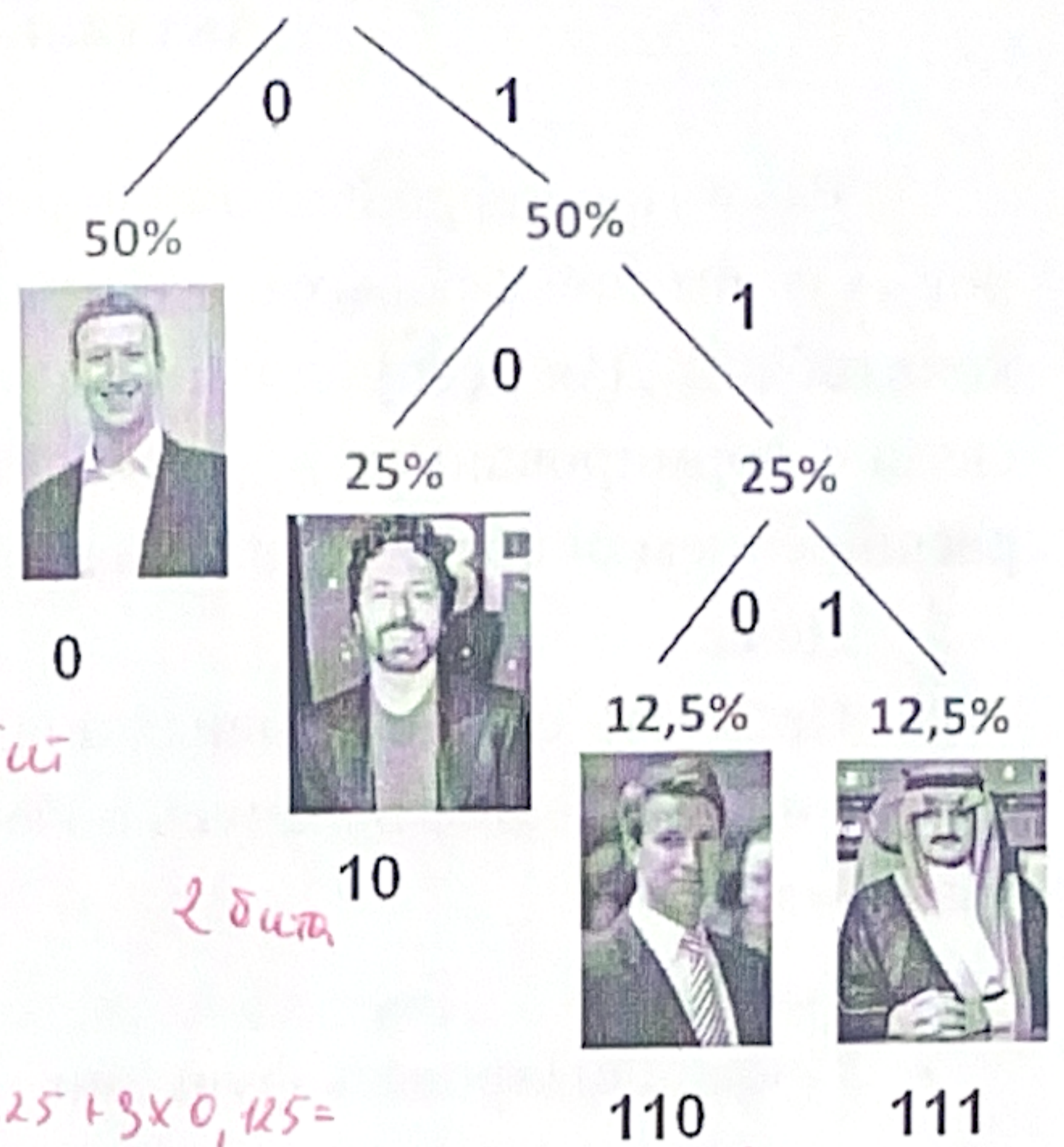
количество информации

$$I(x_i) = \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right)$$

$$\sum_{i=1}^N p(i) \cdot \log_2 \left(\frac{1}{p(i)} \right)$$

↑
вероятность

↑
номер
шара



1 бит

2 бита

$$1 \times 0,5 + 2 \times 0,25 + 3 \times 0,125 =$$

= 1,75 бита — средняя длина кода.

символ не важен, но с равной вероятностью

First-order approximation (symbols independent but with frequencies of Belarusian txt)

Мама мыла ра		
М - 3 — 30%	1-3	М
а - 4 — 40%	4-7	а
ы - 1 — 10%	8-9	ы
л - 1 — 10%	9-10	л
р - 1 — 10%	10-р	р
10		
лла	ма	ма
	р	

Мама мыла ра		
Ма - 2 22%	1-2	ма
ам - 2 22%	3-4	ам
мы - 1 11%	5	мы
ыл - 1 11%	6	ыл
ла - 1 11%	7	ла
ар - 1 11%	8	ар
ра - 1 11%	9	ра
9		

Second-order approximation (digram (2-symbols) structure as in Belarusian)

0. 4 6 7 3 1 9 1 6 7 3 5
 ам ыл ла ам ма ра ма ыл ла ам мы
 мылла рама



длина увеличивается в зависимости от букв

Чем выше порядок аппроксимации, тем больше элементарный текст похож на настоящий язык. Это основа языковой модели.

2 замка	Призн	Не призн
1 замок	Призн	Не призн
Призн	-5	-20
Не призн	-20	-1

Равно весам Нэша

Симметричность по Парето

Если действовать не только в интересах собственной, но и в интересах группы.

0 order approximation

W O O W - B O O W

O (55%)	0 - 33	0 - 50
B (7,5%)	34 - 66	50 - 87,5
W (2,5%)	67 - 100	88 - 100

O W B B W B W O B
O O O O O O O B O

← 1st approximation (частота появления букв)

2nd approximation (слова, комбинация из 2-х букв)

WO	$\frac{1}{6}$	-16,5%	0 ÷ 16
OO	$\frac{1}{3}$	-33%	17 ÷ 49
OW	$\frac{1}{3}$	-33%	50 ÷ 82
BO	$\frac{1}{6}$	-16,5%	82 ÷ 100

BO BO OW OW OW OW OO OO OO WO OW

3rd approximation

WOO	-25%	0 - 25
BOO	-25%	26 - 50
OOW	-50%	51 - 100

OOW BOO OOW OOW BOO OOW WOO OOW

МАМА МЛА

РА МА М Р М М Л Р М

0 appr-tion	M	0-10	30%	1-30
	A	11-40	40%	31-70
	B	41-60	.	70-80
	L	61-80		81-90
	P	81-100		91-100

1st appr-tion
Л Р Р М Л М Б Л А Л А Р

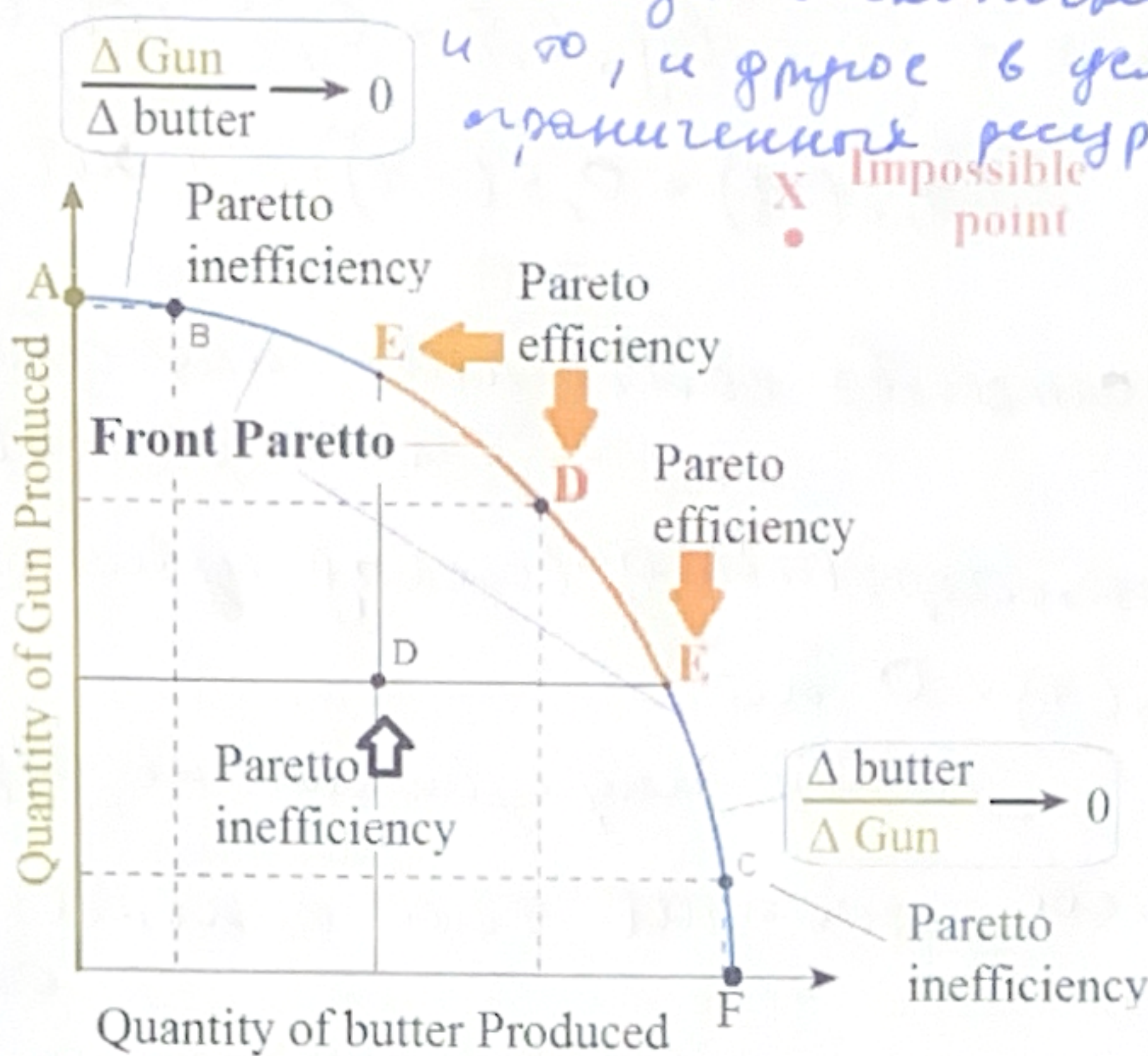
2nd appr-tion

MA	21	1-22
AM	22	23-45
MB	11	46-56
BL	11	57-67
LA	11	68-79
AP	11	80-90
PA	11	91-100

ЛА МА МА МА РЛА А МА МА МА МЛА МЛА МЛА

и войны со мной,
и обзор цены"

Невозможно бесконечно делить
и т.д., и другое в условиях
ограниченных ресурсов.



by Vilfredo Pareto

The orange sector E-D-E is the most Pareto efficient - since an increase in one indicator leads to a decrease in another.

Невозможно по одному
одному показателю, не ухудшив
второй — эффективность по
Парето

Ложка заклятого:
если второй признается, мне лучше тоже признаться
если второй молчит, мне лучше признаться (5 < 20)
Prisoners dilemma

Оба признаются →
получают по 5 лет

Если бы
молчали — по 20 лет
Рациональное
поведение каждо-
го приводит
к худшему
коллективному
результату
(5+5=10 > 1+1=2)

		prisoner B	
		confess	remain silent
prisoner A	confess	5 years, 5 years	0 year, 20 years
	remain silent	20 years, 0 year	1 year, 1 year

Game Theory

Nash Equilibrium — состояние, в
котором никому
не выгодно в одностороннем
порядке
менять
стратегию



** => Nash equilibrium

	H ₂ (x)	Recognition;	Non-recognition;
	Player 2		
H ₁ (x)	Player 1	1	2
Recognition;	1	* -5	-20
Non-recognition;	2	-20	-1

Рациональный выбор 1-1
Застраховано: в нем
равновесие Pareto
Optimality
(есть свобода перемещаться и потому
оптимально по Парето неустойчиво)



Социальные механизмы
(угрозы наказания, репутация)
В мафии:
есть "человек уважения" (саро), который наказывает предателя.
"Шеф мафии молчит, даже когда ложка которой
признается."

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

Энтропия Шеннона + + +
мера неопределенности

Монетка

$$n=2, p_1=0,5$$

$$p_2=0,5$$

$$H = - (0,5 \cdot \log_2 0,5 + 0,5 \cdot \log_2 0,5) =$$

$$= - (0,5(-1) + 0,5(-1)) = 1 \text{ бит}$$

$\log_2\left(\frac{1}{p_i}\right)$ - количество собственной информации
"информативность"

Если событие гарантировано (исход известен заранее),
то $1/p_i = 1 \Rightarrow \log_2(1) = 0$ бит
(новой информации не будет)

Чем неожиданнее событие, тем больше инф-ции оно несет в себе

получают $p_1 = 0,05$
не получают $p_2 = 0,95$

A \$100 \$100 B

A \$10.000 \$10.000 B

Кэф $I_i = \log_2(1/p_i)$

$$I_1 = \log_2(1/0,05) = \log_2(20) \approx 4,322 \text{ бита}$$

$$I_2 = \log_2(1/0,95) = \log_2(1,053) \approx 0,074 \text{ бита}$$

$$\frac{A}{B} \cdot E = p_1 \cdot A = p_2 \cdot B = 0 \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0,95}{0,05} = 19$$

↑ макс. ожидания равно нулю \Rightarrow честный спор.

$$E_1 = 0,05 \cdot 100 + 0,95 \cdot (-100) = 5 - 95 = -90$$

$$E_2 = 0,05 \cdot 10000 + 0,95 \cdot (-10) = 500 - 9,5 = 490,5$$

честный спор
и выигрыш преподавателя

50% — 1:1

25% — 4:1

10% — 10:1

1 — 100:1

0.05 — 2000:1

2000:1

↑

7% — 1:19

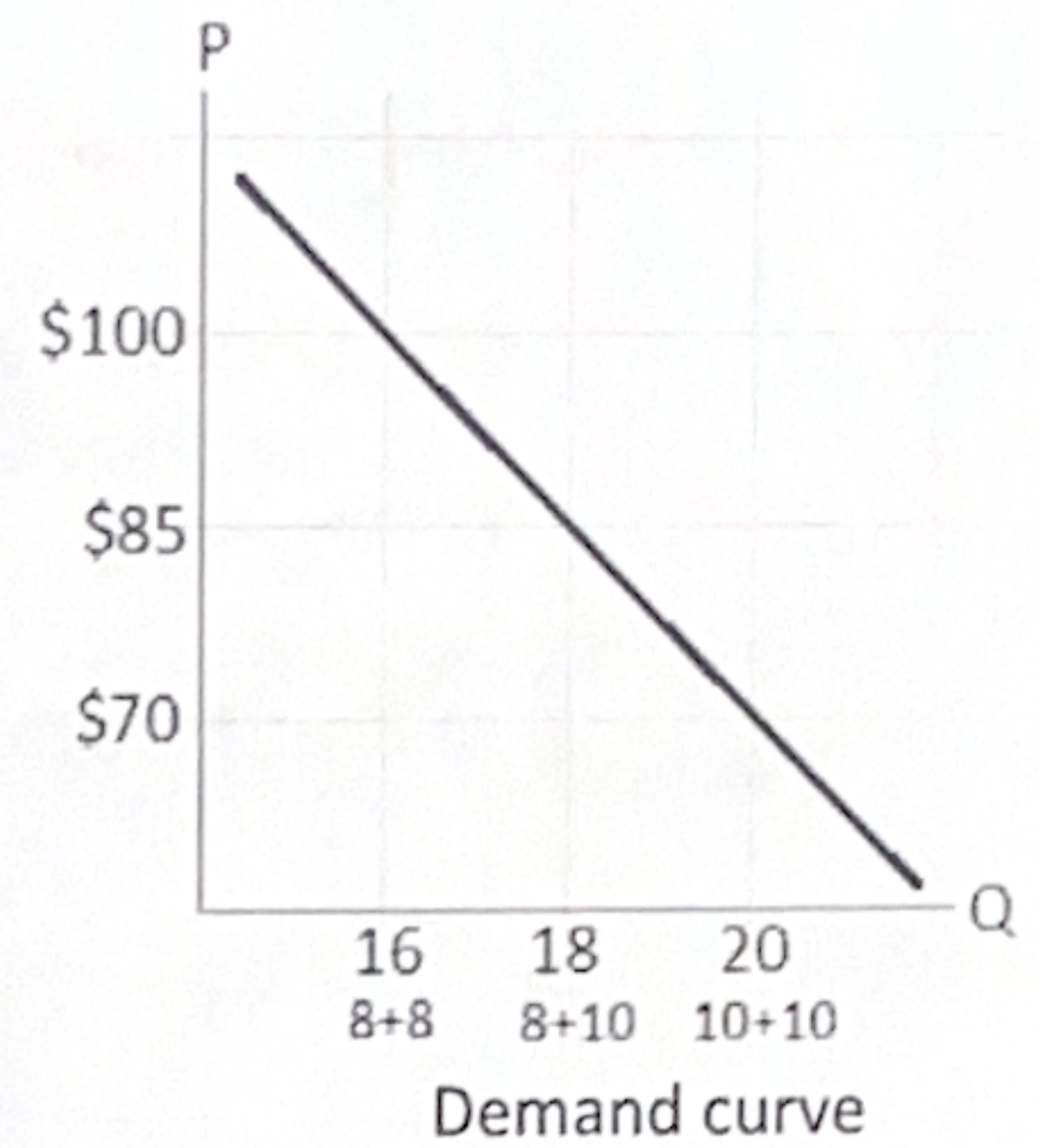
честный спор
и выигрыш студента

Oil price hits 18-year low

Brent crude, US dollars per barrel



Цена нефти 2000-2021 за баррель



Россия vs Саудовская Аравия

Barrel		1.	2.
		$8 \cdot 10^6$ / day	$10 \cdot 10^6$ / day
1.	$8 \cdot 10^6$	\$800 millions per day \$100 \$800 millions per day	\$850 millions per day \$85 \$680
2.	$10 \cdot 10^6$ / day	\$680 millions per day \$85 \$850 millions per day	\$700 millions per day \$70 \$700 millions per day



Когда оба добывают мало (8+8=16) - цена высокая (~\$100), все получают \$800 M/d ← ситуация по Парето

Когда один увеличивает добычу - цена падает, но он получает больше ⇒ может выиграть

Когда оба добывают много (10+10=20) - цена низкая (~\$70), все получают \$700 M/d ← равновесие Нэша